

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

DESENVOLVIMENTO E TESTE DE UM NOVO MODELO GRAVITACIONAL - DE
OPORTUNIDADES PARA DISTRIBUIÇÃO DE VIAGENS

TESE SUBMETIDA A UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA PARA
OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO.

MIRIAN BUSS GONÇALVES

Florianópolis, outubro de 1992.


DESENVOLVIMENTO E TESTE DE UM NOVO MODELO GRAVITACIONAL-DE
OPORTUNIDADES PARA DISTRIBUIÇÃO DE VIAGENS

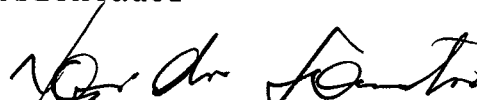
MIRIAN BUSS GONÇALVES

Esta tese foi julgada adequada para a obtenção do título de

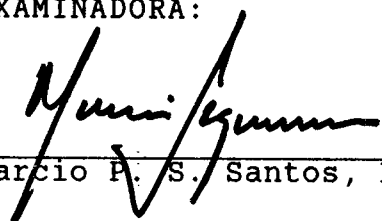
DOUTOR EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

e APROVADA em sua forma final pelo programa de Pós-Graduação.

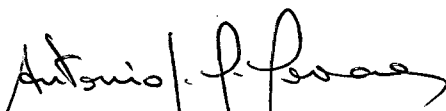

Prof. Ismael Ulysséa Neto, Ph.D.
Orientador



Prof. Neri dos Santos, Dr.
Coordenador do Curso


BANCA EXAMINADORA:

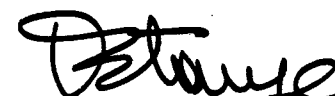

Prof. Marcio P. S. Santos, Ph.D.



Prof. Orlando Strambi, Dr.


Prof. Antônio Galvão Novaes, Dr.


Prof. Augusto C. Zeferino, Ph.D.


Prof. Ismael Ulysséa Neto, Ph.D.


Prof. Plinio Stange, Dr.


Prof. Arno Blass, Ph.D.
(Moderador)

Ao Bento

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Ismael Ulysséa Neto, pela sua orientação segura, sua dedicação e incentivo durante a elaboração deste trabalho.

Ao Professor Plinio Stange, pelo seu apoio e incentivo na fase inicial do meu Curso de Doutorado.

A meus pais, meu marido, meus filhos, meus professores e colegas, que direta ou indiretamente participaram desta luta vitoriosa.

A Universidade Federal de Santa Catarina, que proporcionou os meios para a realização deste trabalho.

SUMÁRIO

Capítulo I - INTRODUÇÃO

1.1 - Distribuição de Viagens como uma Etapa Fundamental do processo de Planejamento de Transportes	001
1.2 - O Papel da Modelagem Matemática no Planejamento de Transportes	002
1.3 - Método Sequencial de Modelagem e Modelos de Demanda Diretos	008
1.4 - Modelos Agregados e Desagregados	010
1.5 - Identificação de um Paradigma Corrente da Modelagem da Demanda de Transportes	013
1.6 - Objetivos do Trabalho	015
1.7 - Metodologia Utilizada	015
1.8 - Notações e Definições Básicas	017

Capítulo II - MODELOS DE DISTRIBUIÇÃO DE VIAGENS

2.1 - Introdução	018
2.2 - Modelos Gravitacionais	020
2.2.1 - Concepção e desenvolvimento histórico	020
2.2.2 - Dedução	024
2.2.3 - Calibração	033
2.3 - Modelos de Oportunidades Intervenientes	037
2.3.1 - Concepção e desenvolvimento histórico	037
2.3.2 - Dedução	040
2.3.3 - Calibração	046
2.4 - Modelos Gravitacionais-de Oportunidades	049
2.5 - Análise Crítica dos Modelos Apresentados	061

Capítulo III - CONCEPÇÃO E DESENVOLVIMENTO DE UM NOVO MODELO GRAVITACIONAL-DE OPORTUNIDADES PARA DISTRIBUIÇÃO DE VIAGENS

3.1 - Introdução	064
3.2 - Premissas Básicas do Modelo	065
3.3 - Dedução do Modelo	065

3.4 - Alguns Comentários sobre a Dedução do Modelo	075
Capítulo IV - MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA, MÁXIMA ENTROPIA E O MODELO GRAVITACIONAL - DE OPORTUNIDADES PROPOSTO	
4.1 - Introdução.....	077
4.2 - Estimativa dos Parâmetros do Modelo Proposto pelo Princípio da Máxima Verossimilhança	077
4.3 - Uma nova Dedução do Modelo Proposto usando o Princípio da Máxima Entropia	083
4.4 - Alguns Comentários	085
Capítulo V - CALIBRAÇÃO DO MODELO	
5.1 - Introdução	087
5.2 - Calibração dos Fatores de Balanceamento	088
5.3 - Calibração dos Parâmetros de Impedância	089
5.4 - Descrição do Procedimento Completo de Calibração	093
Capítulo VI - TESTE DO MODELO PROPOSTO: DESENVOLVIMENTO DE UMA APLICAÇÃO PRÁTICA	
6.1 - Introdução	096
6.2 - Escolha e Zoneamento da Área de Estudo	096
6.3 - Hierarquização das Zonas de acordo com a Teoria do Lugar Central e Método de Palomaki	100
6.4 - Levantamento de Dados.....	106
6.4.1 - Dados dos fluxos intermunicipais de passageiros por transporte público	106
6.4.2 - Dados demográficos e sócio-econômicos dos municípios	112
6.5 - Definição dos Fatores de Impedância	115
6.5.1 - Especificação das distâncias	115
6.5.2 - Definição das oportunidades intervenientes	117
6.6 - Programas Computacionais Desenvolvidos para Calibrar o Modelo	121
6.6.1 - Programa CMINIMO.FOR	122
6.6.2 - Programa INTOPORT.FOR	122
6.6.3 - Programa CALIBRA.FOR	123

6.7 - Resultados Obtidos na Calibração	125
6.8 - Alocação das Viagens Estimadas à Rede de Ônibus	135
6.8.1 - Critério de alocação	135
6.8.2 - Programa ALOCAR.FOR	135
6.8.3 - Resultados obtidos na alocação	137

Capítulo VII - ANÁLISE DO DESEMPENHO DO MODELO PROPOSTO

7.1 - Introdução	140
7.2 - Descrição das Estatísticas Utilizadas	140
7.2.1 - Índice de dissimilaridade	140
7.2.2 - Erro médio absoluto normalizado	141
7.2.3 - Root mean square error	141
7.2.4 - Erro quiquadrado	142
7.2.5 - Estatística PHI-normalizada	142
7.3 - Programa AVALIA.FOR	143
7.4 - Valores Obtidos para as Estatísticas Implementadas	143
7.5 - Análise dos resultados obtidos	144
7.6 - Outros Testes Empíricos realizados	148
7.6.1 - Aplicação do modelo gravitacional à área de estudo.....	148
7.6.2 - Formas alternativas de medir o número de oportunidades intervenientes	149
7.6.3 - Aplicação do modelo proposto a uma área menor, formada por 44 municípios	150
7.7 - Comentários	154

Capítulo VIII - CONCLUSÕES

8.1 - Contribuições Gerais	157
8.1.1 - Nova visão do modelo de oportunidades intervenientes	157
8.1.2 - Contribuição metodológica para o desenvolvimento de modelos de interação espacial	158
8.2 - Contribuições Específicas do Novo Modelo Gravitacional-de Oportunidades	158
8.2.1 - Aumento na precisão	158
8.2.2 - Redução de complexidade	159
8.2.3 - Operacionalidade	159

8.3 - Contribuições Oriundas da Aplicação Prática Desenvolvida.....	160
8.3.1 - Aplicabilidade da Teoria de Christaller e Método de Palomaki em estudos de transportes	160
8.3.2 - Operacionalização da forma de medir oportunidades intervenientes	161
8.3.3 - Comprovação empírica da complementaridade dos efeitos de impedância devidos à distância e às oportunidades intervenientes	162
8.3.4 - Aumento do entendimento dos padrões de fluxo de passageiros por transporte público intermunicipal no Estado de Santa Catarina	162
8.4 - Sugestões para Pesquisas Futuras	163
8.4.1 - Desenvolvimento de novas pesquisas empíricas ..	163
8.4.2 - Utilização do novo modelo em modelos combinados (equilíbrio de redes + interação espacial) para planejamento urbano	164
8.4.3 - Utilização de modelos gravitacionais - de oportunidades para estimar tráfego de telefonia interurbana	164
8.4.4 - Utilização de modelos gravitacionais - de oportunidades para estimar fluxos de comércio varejista	165
8.4.5 - Utilização de modelos gravitacionais - de oportunidades na avaliação de planos de locação de hospitais, postos de saúde, etc..	165
8.4.6 - Análise do comportamento dos parâmetros de impedância, relacionando-os com o problema linear clássico de transportes	166
8.4.7 - Análise da eficiência dos métodos de otimização não linear para calibrar o modelo	167
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	168

LISTA DE TABELAS

Tabela 6.1 - Municípios que compõem a área de estudo (em ordem alfabética).....	098
Tabela 6.2 - Lista das zonas que compõem a área de estudo, codificadas em ordem crescente de hierarquia, com seu nível hierárquico (NH) de acordo com o estudo de Peluso Júnior et alii [53]	103
Tabela 6.3 - Totais marginais obtidos através dos tickets dos passageiros	107
Tabela 6.4 - Tempos médios de viagem, $c(i,j)$, e fluxos observados, $T(i,j)$, entre as zonas diretamente ligadas por linha de ônibus, durante o ano de 1985.....	108
Tabela 6.5 - Dados demográficos e sócio-econômicos das 77 zonas que compõem a área de estudo	113
Tabela 6.6 - Índice relativo de oportunidades das 77 zonas de tráfego.....	120
Tabela 6.7 - Fatores de Balanceamento A_i s e B_j s	126
Tabela 6.8 - Matriz O-D estimada	127
Tabela 6.9 - Matriz estimada de viagens de ônibus, obtida através da alocação da matriz O-D estimada à rede de ônibus da área de estudo	137
Tabela 7.1 - Valores das diversas estatísticas determinadas para avaliar o desempenho do modelo gravitacional-de oportunidades proposto	143
Tabela 7.2 - Valores das diversas estatísticas determinadas para avaliar o desempenho do modelo gravitacional.	148
Tabela 7.3 - Valores das diversas estatísticas determinadas para avaliar o desempenho do modelo gravitacional-de oportunidades, para a nova área de estudo	154

LISTA DAS FIGURAS

Fig. 1.1 - Relações de um modelo com o mundo real	004
Fig. 1.2 - Relação entre o grau de complexidade e o erro total de um modelo.....	007
Fig. 2.1 - Matriz de viagens	025
Fig. 2.2 - Os diversos níveis de detalhamento do processo de distribuição de viagens	026
Fig. 2.3 - Fluxograma da calibração do modelo gravitacional ...	036
Fig. 2.4 - Estrutura do modelo de oportunidades intervenientes.	038
Fig. 2.5 - Nova forma dada por Stouffer [69] para definir o nú- mero de oportunidades intervenientes	039
Fig. 2.6 - Zonas intervenientes entre i e j	041
Fig. 2.7 - Oportunidades acumuladas a partir da zona i	043
Fig. 5.1 - Ilustração do método de Hooke e Jeeves	091
Fig. 5.2 - Fluxograma do método de Hooke e Jeeves de passos discretos.....	094
Fig. 5.3 - Procedimento iterativo desencadeado a cada novo ponto testado durante a execução do método de Hooke e Jeeves.....	095
Fig. 6.1 - Localização da área de estudo	097
Fig. 6.2 - Hierarquia urbana na área de estudo como determinada por Peluso Júnior et alii.....	102
Fig. 6.3 - Mapa da área de estudo, com suas 77 zonas de tráfego. O número associado com cada zona é o número de código adotado	105
Fig. 6.4 - Representação das conexões diretas da rede de ônibus entre zonas adjacentes em 1985	111
Fig. 7.1 - Comparação entre as distribuições de frequência das viagens observadas e estimadas (tempo de viagem x porcentagem de viagens)	146

Fig. 7.2 - Comparação entre as distribuições de frequência das viagens observadas e estimadas (número relativo de oportunidades intervenientes x porcentagem de viagens).....	147
Fig. 7.3 - Mapa da nova área de estudo, com suas 44 zonas de tráfego.....	151
Fig. 7.4 - Representação das conexões diretas da rede de ônibus da nova área de estudo, entre zonas adjacentes em 1985	152
Fig. 7.5 - Comparação entre as distribuições de frequência das viagens observadas e estimadas da nova área de estudo (tempo de viagem x porcentagem de viagens) ..	153
Fig. 7.6 - Proposta de ficha que acompanharia a emissão dos tickets de viagem, de forma a obter uma 'verdadeira' matriz de viagens observada e os pesos dos principais propósitos de viagem	156

RESUMO

Neste trabalho apresenta-se o desenvolvimento e teste de um novo modelo gravitacional-de oportunidades para distribuição de viagens. Na sua dedução são utilizados o Modelo de Oportunidades Intervenientes de Schneider, bem como a metodologia usada por Wilson para deduzir o Modelo Gravitacional. A tradicional dicotomia notacional que dificultava a amalgamação das duas classes de modelos é resolvida, definindo-se adequadamente uma matriz de oportunidades intervenientes. Isso possibilita a fácil aplicação das restrições de consistência de fluxos.

A forma convencional do modelo gravitacional figura como um caso particular do modelo proposto, cujos principais atributos são sua simplicidade e sua operacionalidade, decorrentes de sua similaridade com o Modelo Gravitacional.

A aplicação do princípio estatístico da máxima verossimilhança fornece critérios para a calibração dos parâmetros do novo modelo e a aplicação do princípio da máxima entropia mostra que o mesmo é um modelo entrópico.

A calibração do novo modelo é feita obtendo-se aproximações das estimativas de máxima verossimilhança de seus parâmetros. Para obter os fatores de balanceamento é utilizado o procedimento iterativo de Furness e os parâmetros de impedância são determinados através do método de otimização não linear de Hooke e Jeeves.

Uma aplicação prática do novo modelo é desenvolvida, numa área de estudo situada no Estado de Santa Catarina, com o intuito de estimar fluxos intermunicipais de passageiros por transporte público. O desenvolvimento dessa aplicação prática comprova a operacionalidade do modelo proposto e a análise dos resultados obtidos mostra a validade do mesmo para simular situações reais.

ABSTRACT

This work shows the development and testing of a new gravity opportunities model for trip distribution. The conception of this new model is based upon Schneider's intervening opportunities model, associated with Wilson's entropy maximizing method. The notation dichotomy which usually hindered the amalgamation of the intervening opportunities model and the gravity model, is circumvented by means of the definition of an intervening opportunities matrix. This makes it workable the meeting of the conventional passenger-flow constraints.

The proposed gravity opportunities model embodies the conventional gravity model as a particular case, revealing thus a great deal of simplicity and operational convenience.

The application of the maximum likelihood principle on the conception of the new model is shown to lead to consistent criteria for the calibration of its parameters whereas the application of the entropy maximizing principle shows that this new model can be seen as an "entropy-model".

The calibration of the new model is performed through the maximum likelihood estimates of its parameters. The balancing factors are calibrated via a Furness' iterative procedure and the deterrence parameters are calibrated by means of a Hooke and Jeeves' non-linear optimizing method.

A practical application of the new model is carried out for a study area situated in the State of Santa Catarina, aiming at the estimation of an intermunicipal passenger trip matrix by public transport. Such practical application confirms the theoretical robustness of the model and shows its operational conveniences. Moreover, the estimates produced by the model show its suitability as a trip distribution model.

Capítulo I - INTRODUÇÃO

1.1 - Distribuição de Viagens como uma Etapa Fundamental do Processo de Planejamento de Transportes.

A distribuição espacial das atividades humanas sempre foi uma fonte de preocupação aos indivíduos e às instituições que de algum modo estão envolvidas com o planejamento e a organização do espaço sobre o qual exercem influência (Ulysséa Neto, [74]).

Por sua vez, as atividades humanas se diferenciam umas das outras. Essa diferenciação ocorre em termos de sua natureza, intensidade e mesmo quanto ao espaço físico onde elas são desenvolvidas. Surgem, assim, padrões distintos de uso do solo, os quais dão origem a tendências de interação entre as diversas partes (ou zonas) que compõem uma área mais ampla, objeto de estudo.

A partir das tendências de interação entre as diversas zonas, originam-se fluxos, que geram a necessidade de um sistema de transportes, para atender a demanda de locomoção das pessoas e de bens dentro dessa área. A não compatibilização do sistema de transportes, em seus aspectos técnicos e operacionais, com o perfil dessa demanda, fará surgir desequilíbrios, ocasionando o surgimento de problemas tais como congestionamento, acidentes, poluição atmosférica, altos níveis de ruído, etc..

É necessário, portanto, um esforço no sentido de compatibilizar as características do sistema de transportes com os padrões da demanda de viagens, durante o período de tempo correspondente ao horizonte de planejamento adotado. Isso torna de grande importância a previsão da demanda futura, bem como o conhecimento de suas características.

Pode-se ver, assim, que uma parte importante do processo de Planejamento de Transportes é a estimativa do número provável de viagens, no presente e em alguma data futura, entre as diversas zonas que compõem a área de estudo. À fase do Planejamento, na qual são determinados os fluxos entre os diversos pares de origem e destino alternativos, dá-se o nome de distribuição de viagens.

A importância da fase de distribuição de viagens é salientada por diversos pesquisadores de renome, como se pode ver nas citações que seguem.

Distribuição de viagens, recentemente, tornou-se ela própria, uma fase importante e complexa do processo de Planejamento de Transportes. Ela fornece ao planejador um procedimento sistemático para a estimativa de fluxos interzonais para planos alternativos de uso do solo e sistemas de transportes. Estes fluxos interzonais constituem então uma parte básica da informação de viagens, necessária para o Planejamento de Transportes (Finney, [22]).

Uma importante parte do processo de Planejamento de Transportes é a estimativa do número provável de viagens, que serão feitas por unidade de tempo, ou no presente ou em alguma data futura, entre cada par de zonas numa cidade ou área mais ampla (Evans, A.W., [16]).

Técnicas para a previsão da demanda de viagens são necessárias para auxiliar na tomada de decisão em cada um dos diferentes níveis de Planejamento de Transportes, do desenvolvimento de estratégias amplas até o design detalhado de projetos individuais (Richards e Ben-Akiva, [55]).

Em planejamento de transportes, um modelo é usado para estimar viagens entre pares de pontos (como um auxílio para design de redes de transporte e avaliação econômica) e para simular fluxos de links do sistema de transportes (como um auxílio para engenharia de tráfego) (Wilson, [80]).

Além desses, muitos outros autores tratam a etapa de distribuição de viagens como uma parte fundamental e já consagrada do processo de Planejamento de Transportes (ver p.ex. Hutchinson [36], Bruton [11] e Mello [48]). Pode-se ver, assim, que é inquestionável a sua importância dentro do contexto mencionado.

1.2 - O Papel da Modelagem Matemática no Planejamento de Transportes.

Modelos urbanos e regionais são de interesse por duas razões

principais. Primeiro, porque a construção de modelos está na raiz de toda atividade científica e modelagem urbana e regional é parte de um esforço para encontrar um entendimento científico de cidades e regiões. Segundo, porque existe uma variedade de sérios problemas urbanos e regionais, e a atividade de planejamento associada com estes problemas tem se tornado crescentemente importante: modelagem urbana e regional também é parte do avanço nesta direção (Wilson, [80]).

Várias definições formais, levemente diferenciadas, foram dadas para um modelo. De forma geral, pode-se dizer que um modelo é uma representação simplificada de um segmento do mundo real. Ele é usado para melhor entender um fenômeno do mundo real e para tomar decisões baseadas neste entendimento (ver Ben-Akiva, [9]).

Chorley (1968), citado por Ulyssea Neto [74], classifica os modelos em três categorias: modelos matemáticos, modelos experimentais e modelos naturais. Como no estudo dos fluxos interregionais, os modelos matemáticos são considerados os mais úteis e adequados para modelar os sistemas de transportes, vamos considerar apenas esta classe de modelos.

Matematicamente, um modelo pode ser expresso por

$$V_k = f(x_i, y_j),$$

onde:

V_k - representa o conjunto de resultados fornecidos pelo modelo (é um vetor constituído pelas variáveis dependentes ou outputs);

x_i - representa um conjunto de variáveis sujeitas a controle (é um vetor constituído pelas variáveis explicativas ou inputs);

y_j - representa um conjunto de fatores variáveis ou constantes, que não estão sujeitos a controle;

f - é uma relação funcional entre as variáveis independentes e parâmetros e as variáveis dependentes V_k .

Embora um modelo seja uma representação de um segmento do mundo real, ele interage com o mundo real em dois sentidos: do mundo real

para o modelo e do modelo para o mundo real. Rodrigues e Dantas [56], classificam as relações de um modelo com a realidade em:

- abstrações e informações: no sentido do mundo real para o modelo;
- ações: no sentido do modelo para o mundo real.

No sentido do mundo real para o modelo, além das duas relações citadas, ainda se pode destacar uma terceira, não menos importante. Trata-se das simplificações do mundo real, que necessariamente devem ser feitas, para poder representá-lo na forma de um modelo.

Representando-se o sistema real de interesse por S, seu ambiente por A e um modelo por M, as relações citadas podem ser visualizadas na fig. 1.1. Esta figura é uma adaptação da figura apresentada originalmente por Rodrigues e Dantas [56], tendo sido introduzida uma linha de fluxo adicional, correspondente às simplificações, no sentido do mundo real para o modelo.

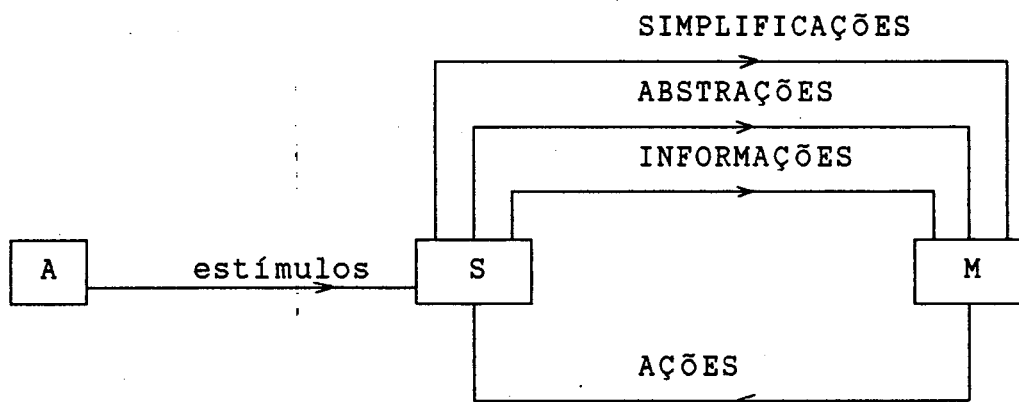


Fig. 1.1 - Relações de um modelo com o mundo real.

Fonte: Rodrigues e Dantas [56] (adaptação)

Atualmente a modelagem matemática no processo de Planejamento de Transportes é amplamente difundida, porém sua origem é bastante recente. Ela teve início há pouco mais de três décadas. A partir do final dos anos cinquenta e início dos anos sessenta, na Inglaterra e nos Estados Unidos, os planejadores começaram a desenvolver e aperfeiçoar modelos, objetivando um planejamento funcional do tráfego.

Como exemplo, cita-se o Estudo de Tráfego de Londres, realizado em 1960 (ver Bruton, [11]), cujos objetivos básicos eram:

1 - Pesquisar as origens e os destinos de movimentos de tráfego de uma área que se estendia além dos limites do então município de Londres;

2 - Pesquisar os tempos de viagens;

3 - Desenvolver um método para estimar a quantidade de tráfego na rede rodoviária;

4 - Indicar áreas onde a capacidade de viagem estava limitada e as condições de viagens precárias;

5 - Apresentar os resultados numa forma conveniente, para a elaboração de um plano rodoviário adequado para o município de Londres.

Pode-se observar que o objetivo 3 trata da necessidade de desenvolvimento de modelos para a previsão da demanda de tráfego. Realmente, nessa época, muitos modelos foram concebidos para estimar a demanda futura por viagens. A maioria desses modelos foi desenvolvida de forma empírica, dentro de amplos estudos realizados, principalmente, nos EUA e Inglaterra (p.ex., Plano Rodoviário SELNEC, 1962, Chicago Area Transportation Study, 1959).

Também observa-se que os objetivos 4 e 5 vão dar origem ao fluxo, em forma de ações, no sentido do modelo para o mundo real, como visto na fig. 1.1.

Com a popularização da modelagem matemática dentro do processo de Planejamento de Transportes, também surgiram críticas sobre seu uso indiscriminado. Principalmente porque, na época, houve uma tendência de sofisticar cada vez mais os modelos, tornando-os demasiadamente complexos. Além disso, os planejadores da época trabalharam com um horizonte de planejamento muito distante (20 anos na maioria dos casos), o qual não se mostrou adequado. As seguintes falhas foram identificadas nos estudos de Planejamento de Transportes, envolvendo as técnicas de modelagem usuais na época (ver Richards e Ben-Akiva, [55]):

1 - Os modelos consomem muito tempo e são muito caros para

operar;

2 - Os modelos falham de muitas maneiras no exame de todos os pontos relevantes no processo de tomada de decisão;

3 - Demasiada atenção é dada para os modelos e muito pouca para as coisas que realmente importam na seleção de estratégias de planejamento;

4 - Os modelos são ajustados para uma situação 20 anos à frente, quando na realidade, os problemas de transportes estão colocados hoje e os projetos são feitos agora;

5 - Os próprios técnicos nem sempre entendem os modelos;

6 - Os modelos necessitam de muitos dados.

Dentro deste quadro, pode-se ver que muitos cuidados devem ser tomados ao utilizar-se um modelo para representar uma parte do mundo real. De acordo com Novaes [51], "... o uso adequado da modelagem matemática requer do planejador e do analista uma postura autocrítica constante, pela qual é verificada a cada passo a verossimilhança do modelo em contraposição à realidade a ser representada."

Novaes [51] também recomenda que: "Antes de se lançar à modelagem é necessário que o planejador tenha muito claro em sua mente a estruturação teórica em que se apoiará sua análise e a posterior execução das medidas recomendadas."

Um outro problema que deve ser evitado, mas que ocorre frequentemente na concepção de um modelo é a tentativa de se especificar um grande número de variáveis explicativas, a fim de que as simplificações introduzidas no modelo, não o tornem insensível a alguma característica do segmento do mundo real que ele quer representar. No entanto, observa-se que o aumento do número de variáveis faz crescer a complexidade do modelo e, inclusive, pode gerar um nível de precisão final menor.

Alonso [2], em seu trabalho "Predicting best with imperfect data", apresenta uma descrição detalhada do balanceamento entre os erros associados com a especificação das variáveis explicativas do modelo e os erros de mensuração dessas variáveis. Ele mostra que o

erro total de um modelo, dado pela soma dos erros de mensuração de variáveis e pelos erros de especificação, atinge sempre um valor mínimo para um certo grau ótimo de complexidade do modelo.

Isso é ilustrado na figura 1.2.

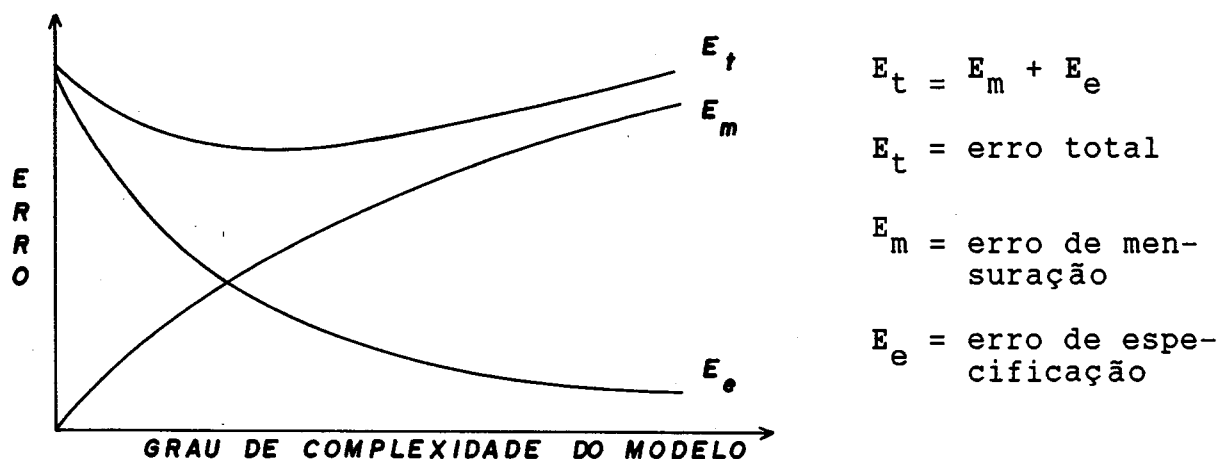


Fig.1.2 - Relação entre o grau de complexidade e o erro total de um modelo.

Fonte: Alonso [2].

Assim, na concepção e especificação final de um modelo para Planejamento de Transportes, deve-se levar em conta que:

- 1 - Modelos complexos (de grande porte) foram usados no passado e foram severamente criticados (ver Lee, [42]);
- 2 - A especificação de um número excessivo de variáveis requer uma quantidade grande de dados;
- 3 - A coleta de um número grande de dados é dispendiosa, o mesmo ocorrendo com seu processamento;
- 4 - Um maior grau de complexidade de um modelo não leva necessariamente a uma maior precisão nos resultados;
- 5 - Um modelo mais simples, em geral é mais fácil de ser calibrado, dispende menos esforço computacional e "pode" ser capaz de prever até com maior precisão do que um modelo mais complexo.

É importante salientar ainda, que a modelagem matemática pode trazer muitas vantagens para o desenvolvimento do Planejamento de

Transportes. De forma geral, pode-se dizer que a utilização de modelos matemáticos dentro deste contexto, pode auxiliar a:

- 1 - Entender os fatores que influenciam o desenvolvimento do uso do solo e padrões de tráfego;
- 2 - Proporcionar uma melhor base real para os planos;
- 3 - Avaliar e testar planos alternativos;
- 4 - Desenvolver planos mais realísticos (ver Silveira, [63]).

Observa-se, assim, que a modelagem matemática é uma ferramenta extremamente poderosa e fundamental para o desenvolvimento do Planejamento de Transportes. Através de sua utilização, muitos avanços já foram alcançados nesta área. Se ela for usada de forma adequada, maiores conquistas serão obtidas, tanto na procura de um maior entendimento dos inúmeros problemas relacionados com o uso do solo e sistemas de transportes, como na busca de soluções para estes problemas.

1.3 - Método Sequencial de Modelagem e Modelos de Demanda Diretos.

O método sequencial de modelagem para a demanda de transportes é caracterizado por uma estrutura sequencial, que representa um processo de tomada de decisão condicional. Pressupõe-se que o viajante toma sua decisão de viagem em vários estágios (ver Ben-Akiva, [9]).

A decisão de viajar é subdividida no seguinte conjunto de decisões condicionais, que são tomadas sequencialmente:

- 1 - Decisão de realizar uma viagem, partindo de uma certa origem;
- 2 - Decisão de ir até um certo destino;
- 3 - Decisão de usar uma certa modalidade de transporte;
- 4 - Decisão de ir por uma certa rota (ver Ulysséa Neto, [76]).

Correspondendo a estes quatro níveis de decisão, na modelagem sequencial de demanda por transportes, temos quatro conjuntos de

submodelos:

- 1 - Modelos de geração de viagens;
- 2 - Modelos de distribuição de viagens;
- 3 - Modelos de repartição modal;
- 4 - Modelos de alocação do tráfego à rede.

Dentre os modelos sequenciais, o mais usado nos estudos de Planejamento de Transportes tem sido o UTMS - Urban Transportation Model System, que já foi aplicado em mais que duzentas cidades nos Estados Unidos e em muitas outras ao redor do mundo (ver Manheim, [46]). Embora tenha sido concebido originalmente para ser aplicado em áreas urbanas, a sua estrutura sequencial tem sido usada indiscriminadamente a nível urbano e regional.

Com a popularização do UTMS, o método sequencial de modelagem passou a ser conhecido como o método convencional das quatro fases, sendo apresentado por vários autores quase como alternativa única no contexto do Planejamento de Transportes. Alguns livros, inclusive, têm seus capítulos estruturados na sequência: análise de geração de viagens; análise de distribuição de viagens; análise da divisão modal; análise da alocação do tráfego à rede, praticamente não se referindo a outras formas de previsão da demanda (ver, p.ex., [36] e [11]).

Atualmente, o método convencional das quatro fases continua sendo usado, tanto nos países em desenvolvimento quanto nos países desenvolvidos (ver Ulysséa Neto, [76]). No entanto, apesar de sua ampla difusão e utilização, ele apresenta sérias limitações e deficiências. Um dos maiores questionamentos que foram feitos a esse método diz respeito à validade do seccionamento da decisão de viagem em vários estágios. Foi argüido que este seccionamento não é totalmente realístico e que todo o processo de decisão de viagem deveria ser modelado simultaneamente, sem nenhuma decomposição artificial numa sequência de estágios (ver Ben-Akiva, [9]).

Seguindo esta linha temos os modelos de demanda diretos, que se contrapõem ao método de modelagem sequencial. O mais conhecido desses modelos é o modelo para um modo abstrato, que foi desenvolvido por Quandt e Baumol em 1970, para prever viagens de

passageiros interregionais nos EUA (ver Ulysséa Neto, [73]).

Dessa forma, os modelos de demanda de transporte podem ser agrupados em dois grandes grupos: modelos de demanda diretos e modelos de demanda sequenciais, sendo que ambas as classes de modelos tem o objetivo comum de identificar o ponto de equilíbrio entre a demanda e a oferta de viagens numa certa área de estudo (ver Manheim, [46]).

Por outro lado, cada uma das classes de modelos citadas apresenta vantagens e desvantagens. Uma das grandes desvantagens dos modelos sequenciais é a propagação de erros, isto é, os erros provenientes da mensuração e especificação de variáveis são passados de um submodelo para outro. Por exemplo, a fase de distribuição de viagens apresenta, já de saída, erros fundamentais de natureza teórica, que são herdados dos modelos de geração de viagens (ver Ulysséa Neto, [74]). Por sua vez, os modelos de demanda diretos tem a vantagem de eliminar essa propagação de erros. No entanto, uma de suas grandes desvantagens é que eles apresentam, via de regra, um maior número de variáveis explicativas, podendo ocorrer sérios problemas de colinearidade. Evitar estes problemas de colinearidade, constitui uma grande vantagem operacional dos modelos de demanda sequenciais.

1.4 - Modelos Agregados e Desagregados.

Segundo Richards e Ben-Akiva [55], um modelo agregado é um modelo com uma variável dependente que representa um grupo de observações, enquanto que um modelo desagregado é um modelo com uma variável dependente que representa uma observação de uma simples ocorrência (em modelos de demanda de viagens, uma viagem).

De forma geral, pode-se dizer que um modelo desagregado procura explicar o comportamento de um indivíduo em relação ao sistema de interesse, levando em conta as características peculiares desse indivíduo. Por outro lado, um modelo agregado procura explicar a média coletiva, referente ao conjunto de indivíduos que foram agrupados.

Assim, modelos agregados de demanda de transporte são modelos de interação espacial, que se preocupam em estimar a magnitude e a distribuição espacial dos fluxos de passageiros, originados a partir de um certo padrão de comportamento coletivo das pessoas (ver Ulysséa Neto, [76]).

Nos modelos de demanda de transporte agregados, cada zona de tráfego figura como uma observação unitária. Os dados relativos a cada zona são medidos e associados a um único ponto, chamado centróide. Isso significa, para efeitos de modelagem, que a população dentro de uma zona está concentrada num único ponto no espaço. Portanto, na modelagem agregada de demanda de transportes, procura-se explicar e/ou estimar os fluxos que ocorrem entre as diversas zonas que compõem a área de estudo. Os fluxos internos de cada zona não são levados em consideração.

A base teórica da modelagem de demanda agregada por transportes de passageiros ganhou impulso principalmente nos anos 60 e 70, tendo sido amplamente difundida e utilizada desde então. Seu desenvolvimento ocorreu simultaneamente com os métodos sequenciais de modelagem, no bojo dos estudos de grande porte que foram comuns naquela época.

Na década de 70, houve um grande questionamento e foram feitas severas críticas aos resultados obtidos pelos estudos realizados. Criou-se, inclusive, um certo clima de ceticismo e descrença quanto à validade das técnicas de modelagem usadas.

Numa importante conferência promovida pelo U. S. Highway Research Board em 1973 (Williamsburg Conference), concluiu-se que as técnicas existentes não eram satisfatórias e indicou-se como uma direção de grande potencial para pesquisas futuras, os modelos de demanda desagregados, do tipo comportamental (ver Richards e Ben-Akiva, [55]).

Entre os esforços realizados para desenvolver uma base teórica para a modelagem desagregada de demanda de viagens, cita-se a simulação micro-analítica. Na simulação micro-analítica procura-se modelar o sistema de interesse através da análise dinâmica das características individuais das pessoas e da evolução de seu comportamento no decorrer do tempo. A seguir, os microestados

(caracterizados pelas unidades individuais) são 'agregados' para determinar os efeitos deles decorrentes num nível macro (ver Mackett, [45]).

Como consequência do questionamento havido na década de 70, referente aos modelos agregados, houve uma diminuição do número de pesquisas envolvendo esses modelos. De fato, Santos e Braga [58] apresentaram um interessante levantamento do número de pesquisas acadêmicas feitas em universidades britânicas, americanas e canadenses de 1962 a 1981, na área de transportes, a nível de pós-graduação. Segundo esse levantamento, o número de pesquisas envolvendo modelagem de demanda agregada cresceu entre 62 e 72 e decresceu continuamente entre 72 e 81, não havendo indícios de que essa situação estivesse se revertendo.

As principais desvantagens que foram apontadas na modelagem agregada, são:

- 1 - Os modelos explicam somente as diferenças entre as zonas;
- 2 - A variabilidade dentro de uma zona pode ser maior que a variabilidade entre as zonas, e ela não é levada em consideração;
- 3 - Ao se tomar a média de um grupo de observações perde-se muita informação. O modelo deixa de refletir as atitudes comportamentais dos indivíduos;
- 4 - Os modelos não são transferíveis de uma área de estudo para outra;
- 5 - Os modelos podem apresentar resultados diferentes, dependendo da agregação feita (por exemplo, mantendo o mesmo número de zonas e alterando a configuração das mesmas).

Apesar das desvantagens apresentadas e da evolução histórica dos modelos agregados, na prática, eles continuam sendo amplamente utilizados, principalmente, porque uma desagregação completa mostrou-se inviável na modelagem de demanda de transportes. Segundo Richards e Ben-Akiva [55], não é viável calcular a demanda para cada consumidor individual, acumulando-as, a fim de obter uma estimativa agregada de demanda. Assim, para previsão, algum nível de agregação é necessário.

Ben-Akiva [9] também salienta que o uso de modelos desagregados sugere nova ênfase no esforço de coleta de dados para Planejamento de Transportes.

O problema de coleta de dados, de fato, tornou-se uma restrição séria ao uso de modelos desagregados (ver Horowitz [34], Harvey [32], Pas [52]). Atualmente, pode-se dizer que os modelos de demanda agregados apresentam algumas vantagens em relação aos modelos de demanda desagregados, especialmente em situações onde as restrições de disponibilidade de dados desagregados se constituem num impedimento para que estes últimos sejam efetivamente utilizados (ver Ulysséa Neto [74]).

1.5 - Identificação de um Paradigma Corrente da Modelagem da Demanda de Transportes.

Na secção 1.3 foi visto que o método sequencial de modelagem apresenta vantagens e desvantagens em relação aos modelos de demanda diretos. Como principal vantagem, citou-se a operacionalidade decorrente de sua capacidade de evitar variáveis colineares.

Na secção 1.4 foi visto que a modelagem agregada, embora duramente criticada no passado, ainda constitui uma alternativa viável para previsão da demanda de transportes, principalmente quando a carência de dados torna impossível o uso de modelos desagregados.

Assim, considerando as situações características dos países em desenvolvimento, quais sejam:

1 - Nestes países, dificilmente se conseguem boas séries históricas de dados;

2 - dificilmente existem recursos disponíveis para serem utilizados na coleta de um grande número de dados;

3 - geralmente não existe disponibilidade de sistemas computacionais sofisticados e de grande porte, necessários para o processamento de um grande número de dados e calibração de modelos complexos;

4 - normalmente os recursos humanos especializados são escassos;

pode-se dizer que o método sequencial de modelagem agregada, ainda constitui uma importante ferramenta para previsão da demanda de transportes nestes países.

No entanto, melhorias devem ser buscadas, a fim de eliminar as eventuais deficiências e inconsistências teóricas que ainda podem ser encontradas, e dessa forma, tornar mais confiáveis as previsões obtidas pelos modelos. No âmbito do método sequencial, deve-se procurar realizar feed-backs entre as diversas fases, a fim de que os erros que se propagam entre os diversos submodelos não invalidem os resultados obtidos. Além, disso, deve-se buscar melhorias em cada estágio do processo.

É importante salientar que a fase de distribuição de viagens, mesmo sendo considerada uma das etapas mais importantes do processo de previsão da demanda, ainda apresenta grandes limitações. Tanto os modelos gravitacionais, que são os mais difundidos, quanto os modelos de oportunidades intervenientes, também muito utilizados, apresentam deficiências. Nos modelos gravitacionais, a impedância entre as diversas zonas que compõem a área de estudo é caracterizada pelas distâncias entre as zonas, não se levando explicitamente em consideração, o número de oportunidades que se interpõem entre as zonas de origem e destino. Por sua vez, nos modelos de oportunidades intervenientes, a distância foi inteiramente substituída pelo número de oportunidades intervenientes.

Intuitivamente pode-se perceber que tanto a distância quanto o número de oportunidades que se interpõem entre duas zonas, exercem influência na decisão de viagem de uma zona para a outra e, portanto, são fatores que contribuem para a impedância entre as zonas. Vê-se assim, que ambas as classes de modelos explicam apenas parcialmente o processo de distribuição de viagens e que melhorias devem ser buscadas neste estágio.

No âmbito da modelagem agregada, deve-se procurar dividir a área de estudo em zonas, tão homogêneas quanto for possível. Deve-se procurar também, desagregar as viagens por propósitos, tanto quanto possível, dentro das limitações impostas pela viabilidade da

obtenção de dados.

Dessa forma, face aos problemas contextuais vigentes, principalmente nos países em desenvolvimento, identifica-se o método sequencial de modelagem agregada como o "paradigma corrente da modelagem de demanda por transportes". O esforço no sentido de eliminar eventuais deficiências constitui um ponto focal do processo de aperfeiçoamento da metodologia em uso.

É importante salientar que a identificação desse paradigma da modelagem de demanda por transportes foi realçada por Ulysséa Neto [75], que propõe um estilo dinâmico e flexível de planejamento de transportes, mais adequado aos países em desenvolvimento.

1.6 - Objetivos do Trabalho.

Dentro do contexto do "paradigma corrente da modelagem da demanda por transportes" que foi identificado na secção anterior, o qual julga-se ser o mais adequado aos países em desenvolvimento na época atual, este trabalho de pesquisa tem como objetivos:

1 - Desenvolver um novo modelo para o processo de distribuição de viagens, onde a impedância entre as zonas não seja caracterizada apenas pela distância, mas também pelo número de oportunidades que se interpõem entre cada par de zonas (modelo gravitacional-de oportunidades);

2 - Desenvolver um método de calibração para o modelo gravitacional-de oportunidades, implementando-o computacionalmente;

3 - Fazer uma aplicação prática do modelo gravitacional-de oportunidades, numa área de estudo situada no Estado de Santa Catarina, para estimar fluxos intermunicipais de passageiros;

4 - Fazer uma análise crítica dos resultados obtidos pelo novo modelo.

1.7 - Metodologia Utilizada.

Em todo trabalho de pesquisa, inicialmente, existe a

necessidade de uma ampla revisão bibliográfica (ver Leite [43]). Nesse trabalho, a revisão bibliográfica foi feita no intuito de identificar "o paradigma corrente da modelagem da demanda de transportes" e as lacunas existentes, tanto em termos de consistência teórica quanto em termos de operacionalidade.

A revisão citada foi feita desde as origens do uso da modelagem matemática no processo de Planejamento de Transportes, até os resultados mais atuais. Esta busca exaustiva até as raízes do conhecimento científico acumulado nesta área, propiciou a identificação do tópico a ser pesquisado bem como a delimitação dos limites da pesquisa.

Na dedução do modelo proposto, utiliza-se a técnica dos multiplicadores de Lagrange para maximizar uma função de probabilidade, introduzindo-se informações na forma de restrições, conforme a metodologia introduzida por Jaynes [38] na Mecânica Estatística.

Para a calibração do modelo é usado, inicialmente, o princípio estatístico clássico da máxima verossimilhança. A seguir, o problema de calibração é encarado como um problema de otimização não linear. Como função objetivo, utiliza-se uma combinação das equações obtidas pela maximização da função de verossimilhança. Para resolver o problema de otimização não linear, é usado o método de Hooke e Jeeves.

Os programas de computador necessários para calibrar o modelo são desenvolvidos na Linguagem Fortran 77.

A aplicação prática é feita utilizando-se dados de fluxos de passageiros (intermunicipais), coletados pelo Departamento de Transportes e Terminais no ano de 1985, bem como são utilizados os perfis sócio-econômicos municipais levantados pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística naquele período.

A avaliação do modelo é feita através da análise de diversas medidas estatísticas, que medem a 'proximidade' entre as matrizes de viagens estimada e observada.

1.8 - Notações e Definições Básicas.

Como já foi visto, a área de estudo é dividida em partes, que são designadas por zonas de tráfego.

Assume-se que cada zona é representada por um ponto, chamado centróide, no qual presume-se que todas as atividades da zona se concentrem. O número total de zonas na área de estudo é denotado por n .

No processo de distribuição de viagens, uma zona de origem é denotada por i e uma zona de destino por j . O_i representa o número de viagens que se originam na zona i e D_j o número de viagens que se destinam à zona j , num certo intervalo de tempo considerado. O número total de viagens na área de estudo, neste intervalo de tempo, é denotado por T e T_{ij} representa o número de viagens que se originam na zona i e se destinam à zona j .

O fluxo entre as diversas zonas é caracterizado pelo número de viagens entre cada par de zonas de origem e destino, T_{ij} , $i, j = 1, 2, \dots, n$, e é representado por uma matriz. Esta matriz é chamada matriz de viagens de origem - destino (matriz O-D) e é denotada por $[T_{ij}]$.

Para o somatório e o produto é adotada uma notação simplificada, como segue:

$$\sum_i T_{ij} = \sum_{i=1}^n T_{ij} ;$$

$$\sum_j T_{ij} = \sum_{j=1}^n T_{ij} ;$$

$$\sum_{ij} T_{ij} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n T_{ij}$$

$$\prod_{ij} T_{ij} = \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^n T_{ij} .$$

Outras definições e notações serão introduzidas no decorrer do trabalho, sempre que houver necessidade.

Capítulo II - MODELOS DE DISTRIBUIÇÃO DE VIAGENS

2.1 - Introdução.

No contexto da modelagem sequencial agregada de previsão de demanda de transportes, os modelos de distribuição de viagens têm como propósito estimar o número de viagens realizadas entre as diversas zonas que compõem a área de estudo, num certo intervalo de tempo. Pode-se dizer, que sua função é distribuir o número total de viagens geradas em cada zona de origem, entre as diversas zonas alternativas de destino.

Em geral, esta distribuição é feita com base na potencialidade de cada zona gerar viagens, na atratividade das diversas zonas de destino e na distância ou custo de transporte entre cada par de zonas de origem e destino. Assim, os modelos de distribuição de viagens geralmente são expressos por

$$T_{ij} = f \text{ (variáveis sócio-econômicas em } i \text{ e } j; \text{ separação espacial entre } i \text{ e } j),$$

onde a variável dependente T_{ij} fornece o número estimado de viagens de i até j , no intervalo de tempo considerado.

Juntamente com o desenvolvimento da modelagem sequencial agregada para a previsão da demanda, muitos modelos matemáticos foram concebidos para a fase de distribuição de viagens. Os mais conhecidos podem ser divididos em dois grandes grupos: modelos de fatores de crescimento e modelos sintéticos.

Nos modelos de fatores de crescimento, os fluxos interzonais são previstos aplicando-se fatores de crescimento aos fluxos atuais, que portanto, devem ser conhecidos. Entre eles, o mais popular é o Modelo Fratar, cujas suposições básicas são:

1 - a distribuição de viagens futuras de uma dada zona de origem é proporcional à distribuição atual de viagens dessa zona;

2 - a distribuição de viagens futuras é modificada por um fator de crescimento relativo à zona para a qual as viagens são atraídas.

Nos modelos sintéticos procura-se entender a relação causal associada aos movimentos. Esses modelos se baseiam na suposição de que:

1 - antes que os padrões de viagens futuras possam ser previstos, deve-se entender os fatos que causam os movimentos;

2 - as relações causais, que fornecem os padrões de movimento, podem ser melhor entendidas se forem feitas analogias com certas leis do comportamento físico (ver Bruton, [11]).

Os principais modelos sintéticos que foram desenvolvidos são o modelo gravitacional, o modelo de oportunidades intervenientes, o modelo de competição de oportunidades e o modelo do campo eletrostático.

Análises comparativas, realizadas no âmbito de estudos de grande porte feitos nas décadas de 60 e 70, mostram que, de forma geral, os modelos sintéticos são mais eficientes que os modelos de fatores de crescimento. A maior eficiência dos modelos sintéticos se dá, principalmente, quando ocorrem mudanças de uso do solo na área de estudos (ver, p.ex., Heanue e Pyers, [33]).

Entre os modelos sintéticos clássicos, os mais difundidos e teoricamente mais bem fundamentados são os modelos gravitacionais e os modelos de oportunidades intervenientes. Como esse modelos constituem o alicerce básico para o modelo gravitacional - de oportunidades que será desenvolvido no capítulo III, eles serão amplamente discutidos nas secções que seguem. Além disso, também serão apresentados os esforços já realizados no sentido de unir as duas classes de modelos.

Observa-se que se levará sempre em conta o transporte de passageiros, para o qual a aplicação prática deste trabalho está voltada.

2.2 - Modelos Gravitacionais.

2.2.1 - Concepção e desenvolvimento histórico.

Em 1686, Isaac Newton postulou a teoria gravitacional que estabelece que a força de gravidade que age entre dois corpos é diretamente proporcional à massa dos dois corpos e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre eles.

Os modelos gravitacionais para distribuição de viagens partem da suposição de que os padrões de interação espacial são regidos por leis análogas à Lei da Gravidade formulada por Newton. Sua origem pode ser situada em meados do século XIX, juntamente com o desenvolvimento da Física Social, que buscava o entendimento de fenômenos sociais, através de analogias com conceitos e leis da Física (ver Mota, [49]). Seu desenvolvimento ocorreu de forma empírica, por meio de observações pessoais e da percepção intuitiva dos primeiros pesquisadores. Um breve relato histórico é apresentado a seguir, baseado essencialmente em Finney [22] e Bruton [11].

Estudos pioneiros na direção dos modelos gravitacionais foram desenvolvidos por Carey em 1858, Ravenstein em 1885 e Lill em 1889 e orientavam-se a quantificar fluxos migratórios e explicar padrões de interação causados pelo comércio varejista entre cidades. Em 1920, o princípio do modelo gravitacional foi aplicado para determinação de fluxos de viagens inter-cidades, num trabalho desenvolvido por Pallin (ver Finney, [22]). Em seu estudo, Pallin afirmava que:

A habilidade das comunidades humanas atraírem tráfego de seus arredores parece obedecer, dentro de limites aproximados, a lei teórica geral que estabelece que a atração varia diretamente com a "massa" relativa da comunidade e inversamente com a distância até o centro de gravidade da comunidade considerada, elevada a uma potência, que provavelmente é o quadrado.

Baseado em sua conjectura, Pallin propôs o seguinte modelo, que ficou conhecido como fórmula de Pallin:

$$y = k \frac{P_1 P_2}{D^x}, \quad (2.1)$$

onde:

P_1 - população (ou número de veículos registrados) da área 1;

P_2 - população (ou número de veículos registrados) da área 2;

D - distância entre as áreas 1 e 2;

x - alguma potência de D , usualmente 2;

k - uma constante usada para ajustar as diferentes dimensões envolvidas na fórmula;

y - número de viagens (em pessoas ou em veículos) entre as áreas 1 e 2.

Dificuldades relacionadas com a aplicação prática da fórmula de Pallin, bem como limitações de ordem teórica, fizeram com que o modelo proposto não fosse amplamente difundido e utilizado.

Em 1929, Reilly desenvolveu um modelo gravitacional para analisar os padrões de interação de áreas de comércio varejista, associadas a diferentes cidades. Seu modelo, baseava-se na seguinte suposição básica:

Duas cidades atraem o comércio varejista, principalmente mercadorias de consumo, de uma cidade intermediária, aproximadamente na proporção direta da população das duas cidades e na proporção inversa do quadrado da distância dessas duas cidades à cidade intermediária.

Em 1955, Casey Jr. adaptou o princípio básico de Reilly desenvolvendo uma aplicação real com o objetivo de analisar os fluxos de compra, no comércio varejista, entre várias cidades.

A partir dessa época, diversos pesquisadores se dedicaram a analisar os padrões de interação espacial, através da formulação e aperfeiçoamento de modelos gravitacionais. Um dos trabalhos mais relevantes foi desenvolvido por Voorhees, que mostrou que, embora o princípio da lei da gravidade pode ser usado na distribuição de viagens, a medida de atratividade de uma zona e o expoente do fator

distância variam com o propósito da viagem (ver Bruton, [11]).

Nas primeiras formulações do modelo gravitacional também existiram limitações de consistência, como pode ser visto através da análise do seguinte modelo:

$$T_{ij} = k \frac{O_i D_j}{d_{ij}^2}, \quad (2.2)$$

onde d_{ij} é a distância entre i e j , k é uma constante, e as demais variáveis foram especificadas na seção 1.8.

Uma das inconsistências teóricas que foi detectada na equação (2.2) é o fato de que se o número de viagens que se originam na zona i e o número de viagens que se destinam à zona j são duplicados, então T_{ij} é quadruplicado, quando o esperado seria que ele fosse duplicado também. A fim de eliminar essa deficiência, foram introduzidas as restrições:

$$\sum_j T_{ij} = O_i \quad (2.3)$$

e

$$\sum_i T_{ij} = D_j, \quad (2.4)$$

ou seja, as somas ao longo das linhas e colunas da matriz de viagens devem ser iguais ao número de viagens originadas e ao número de viagens destinadas à cada zona, respectivamente.

Os modelos gravitacionais que incorporaram as restrições (2.3) e (2.4) chamaram-se duplamente restritos e os que incorporaram apenas uma das restrições, denominaram-se simplesmente restritos.

Em 1967, Wilson [79] apresentou o modelo gravitacional duplamente restrito na forma geral

$$T_{ij} = A_i B_j O_i D_j f(d_{ij}) \quad (2.5)$$

$$A_i = \left[\sum_j B_j D_j f(d_{ij}) \right]^{-1} \quad (2.6)$$

$$B_j = \left[\sum_i A_i O_i f(d_{ij}) \right]^{-1}, \quad (2.7)$$

onde os fatores A_i e B_j , chamados FATORES DE BALANCEAMENTO, são introduzidos para garantir que as restrições (2.3) e (2.4) sejam satisfeitas.

Wilson [79] salientou que d_{ij} no modelo deve ser interpretado como uma medida geral da impedância entre as zonas i e j , a qual pode ser medida como distância real, tempo de viagem, custo, ou alguma combinação ponderada desses fatores e que é referida como custo generalizado de transportes.

A forma geral do modelo gravitacional duplamente restrito, dada pelas equações (2.5) a (2.7), é a forma usual corrente em nossos dias. De maneira geral, a impedância entre as zonas i e j é expressa como função do custo generalizado de transportes, c_{ij} . Dependendo da forma de percepção do custo de transportes na distribuição de viagens, algumas variações de f são encontradas. As mais usadas são a função exponencial negativa e a função potência, dadas por

$$f(c_{ij}) = \exp(-\beta c_{ij})$$

e

$$f(c_{ij}) = c_{ij}^{-\delta} = \exp(-\delta \ln c_{ij}),$$

onde β e δ são parâmetros (ver Evans, [18]). Alguma combinação delas também é utilizada, como por exemplo, a função

$$f(c_{ij}) = e^{-\beta c_{ij}} c_{ij}^{-\delta}$$

dada por Tanner ou a forma mais geral,

$$f(c_{ij}) = e^{-\beta c_{ij}^p} c_{ij}^{-\delta}$$

dada por Baxter (ver Ulysséa Neto, [73]).

Conforme pode-se constatar neste rápido relato histórico, o desenvolvimento dos modelos gravitacionais deu-se de forma totalmente empírica, através da analogia com a Lei de Gravidade de Newton. Deve-se a Wilson [79] uma grande contribuição no sentido de obter um embasamento teórico sólido para os modelos gravitacionais. Isso será visto na secção que segue.

2.2.2 - Dedução.

Nesta secção será apresentada a dedução do modelo gravitacional duplamente restrito, que é devida a Wilson. Ela é feita com base em seus trabalhos [79] e [80].

Inicialmente, é importante que o sistema de interesse seja completamente especificado. Supondo que a área de estudo compreenda n zonas de origem e n zonas de destino, a distribuição de viagens nesta área, a qual constitui o sistema de interesse, pode ser vista em três níveis distintos de detalhamento: microestado, mesoestado e macroestado.

O microestado corresponde à descrição mais detalhada do sistema, onde se especificam "quais" os viajantes se deslocam de cada uma das zonas de origem i para cada uma das zonas de destino j .

O mesoestado corresponde a uma descrição menos detalhada, que é caracterizada pelo "número" de pessoas que se deslocam entre cada par de origem-destino (i, j) .

Por último, o macroestado é caracterizado pela especificação de restrições, que correspondem às informações prévias existentes sobre o sistema, tais como número de viagens originadas em cada zona, número de viagens destinadas a cada zona, etc.. Estas restrições são determinadas exogenamente e devem ser obedecidas nos níveis anteriores.

Pode-se perceber claramente que, quando o número de viajantes é relativamente grande, o nível de detalhamento caracterizado pelo microestado torna-se inviável na prática. No entanto, como será

visto posteriormente, o microestado desempenha um papel fundamental na dedução formal do modelo.

Para efeitos de planejamento, o importante é determinar o número de viagens entre cada par de origem-destino (i, j) , ou seja, o mesoestado do sistema. O mesoestado é representado por uma matriz de viagens, que pode ser visualizada na figura 2.1, e é denotada por $[T_{ij}]$.

		Destinos j			
		1	2	. . .	n
origens i	1	T_{11}	T_{12}	. . .	T_{1n}
	2	T_{21}	T_{22}	. . .	T_{2n}
	\vdots	\vdots	\vdots		\vdots
	n	T_{n1}	T_{n2}		T_{nn}

Fig. 2.1 - Matriz de viagens.

Se, no intervalo de tempo considerado, tem-se o total de T viagens na área de estudo, pode-se observar que cada microestado representa uma distribuição particular das T viagens entre as células (i, j) , da matriz de viagens $[T_{ij}]$. Um microestado genérico será denominado uma distribuição particular e denotado por (T_{ij}) .

É importante salientar que distribuições particulares distintas podem originar a mesma matriz de viagens $[T_{ij}]$. Da mesma forma, matrizes de viagens distintas podem estar associadas ao mesmo macroestado do sistema. A figura 2.2 representa essa situação em diagrama.

Uma vez caracterizados os diversos níveis de detalhamento do processo de distribuição de viagens, pode-se agora desenvolver a dedução formal do modelo gravitacional, segundo o desencadeamento lógico adotado por Wilson.

Wilson usou a metodologia introduzida por Jaynes [38], pela

qual o conhecimento prévio do sistema de interesse é introduzido na forma de restrições. Ele caracterizou o macroestado do sistema pelas restrições (2.3) e (2.4). Além disso, ele introduziu a restrição

$$\sum_{ij} T_{ij} c_{ij} = C. \quad (2.8)$$

Esta restrição, chamada restrição do custo generalizado, implica que o total gasto com viagens na região de estudo, no intervalo de tempo considerado, é uma quantidade fixa C.

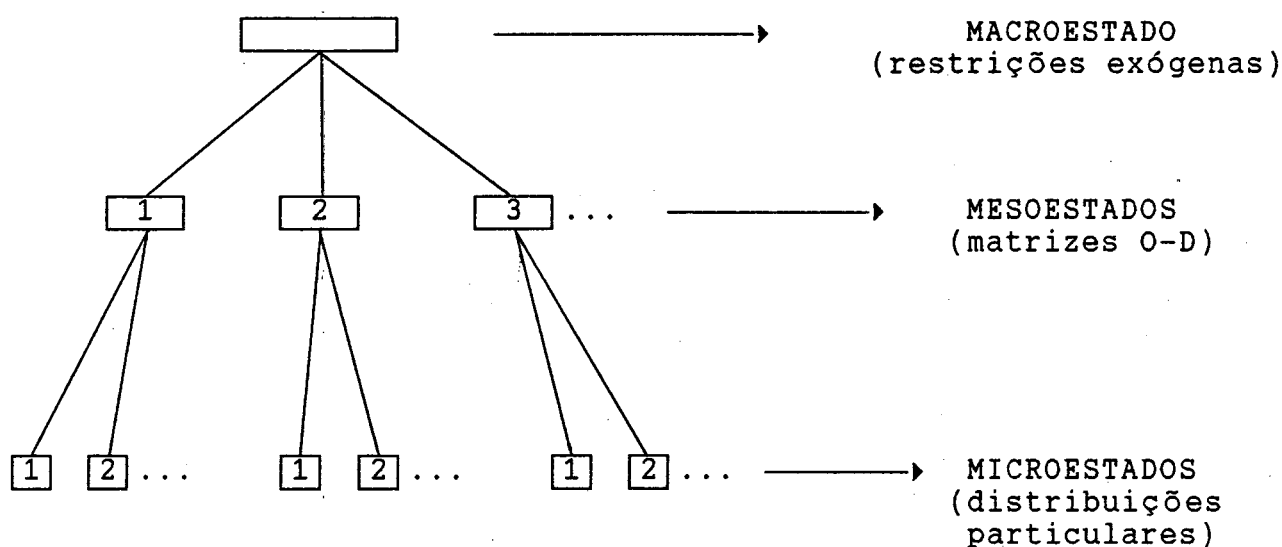


Fig. 2.2 - Os diversos níveis de detalhamento do processo de distribuição de viagens.

FONTE: Wilson [80] (adaptação).

A suposição básica adotada por Wilson na dedução formal do modelo, é que a probabilidade de ocorrência de uma matriz de viagens $[T_{ij}]$ é proporcional ao número de distribuições particulares (ou microestados) que lhe dão origem. Para isso leva-se em conta que todas as distribuições particulares são igualmente prováveis. Dessa forma, um critério para a determinação da mais provável matriz de viagens, é:

"Determinar a matriz $[T_{ij}]$ que tem o maior número de

distribuições particulares a ela associadas".

O número de distribuições particulares que dão origem à mesma matriz de viagens $[T_{ij}]$ pode ser obtido como segue:

Seja $T = \sum_i O_i = \sum_j D_j$ o número total de viagens na área de estudo, no intervalo de tempo considerado. Primeiramente, selecionam-se T_{11} viagens de T . O número de maneiras como isso pode ser feito é $C_{T_{11}}^T$ (combinação de T elementos tomados T_{11} a T_{11}). Em seguida, selecionam-se T_{12} viagens das $T - T_{11}$ restantes. Isso pode ser feito de $C_{T_{12}}^{T-T_{11}}$ formas distintas. Continua-se este procedimento até que todas as viagens sejam selecionadas. Então, o número de maneiras de se obter T_{11} viagens na célula (1, 1), T_{12} na célula (1, 2), etc., denotado por $W[T_{ij}]$, é dado por

$$\begin{aligned} W[T_{ij}] &= C_{T_{11}}^T \cdot C_{T_{12}}^{T-T_{11}} \cdot C_{T_{13}}^{T-T_{11}-T_{12}} \cdot \dots \cdot C_{T_{nn}}^{T-T_{11}-\dots-T_{n(n-1)}} \\ &= \frac{T!}{T_{11}!(T-T_{11})!} \cdot \frac{(T-T_{11})!}{T_{12}!(T-T_{11}-T_{12})!} \cdot \frac{(T-T_{11}-T_{12})!}{T_{13}!(T-T_{11}-T_{12}-T_{13})!} \cdot \dots \\ &= \frac{T!}{T_{11}! T_{12}! T_{13}! \dots} \end{aligned}$$

ou seja,

$$W[T_{ij}] = \frac{T!}{\prod_{ij} T_{ij}!} \quad (2.9)$$

Portanto, para encontrar a mais provável matriz de viagens $[T_{ij}]$, que satisfaz as restrições ditadas pelo macroestado do sistema, deve-se resolver o problema P, dado por

$$\max W[T_{ij}] = \frac{T!}{\prod_{ij} T_{ij}!}, \quad (2.10)$$

sujeito às restrições (2.3), (2.4), (2.8), e ainda, às restrições de não negatividade dos T_{ij} .

Como logaritmo natural é uma função monótona crescente, por conveniência, pode-se usar como função objetivo $\ln W[T_{ij}]$. O problema P pode então ser reescrito como

$$\max \ln \frac{T!}{\prod_{ij} T_{ij}!}, \quad (2.11)$$

sujeito a

$$\sum_j T_{ij} = O_i \quad (2.12)$$

$$\sum_i T_{ij} = D_j \quad (2.13)$$

$$\sum_{ij} T_{ij} c_{ij} = C \quad (2.14)$$

$$T_{ij} \geq 0, \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, n.$$

Usando a fórmula de aproximação de Stirling (ver, p.ex., Feller [21]), a função objetivo (2.11) pode ser expressa por

$$\begin{aligned} \ln \frac{T!}{\prod_{ij} T_{ij}!} &= \ln T! - \sum_{ij} (\ln T_{ij})! \\ &\cong T \ln T - T - \sum_{ij} (T_{ij} \ln T_{ij} - T_{ij}), \end{aligned} \quad (2.15)$$

onde o símbolo \cong denota aproximadamente igual.

Para encontrar a solução do problema P, pode-se usar o método dos multiplicadores de Lagrange (ver, p.ex., Ehrlich, [15]). A função lagrangiana é dada por

$$\begin{aligned}
 L = & T \ln T - T - \sum_{ij} (T_{ij} \ln T_{ij} - T_{ij}) \\
 & + \sum_i \lambda_i (O_i - \sum_j T_{ij}) + \sum_j \mu_j (D_j - \sum_i T_{ij}) \\
 & + \beta (C - \sum_{ij} T_{ij} c_{ij}), \quad (2.16)
 \end{aligned}$$

e as condições necessárias para a existência de extremos locais são dadas por

$$\frac{\partial L}{\partial T_{ij}} = 0, \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, n \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_i} = 0, \quad \forall i=1, 2, \dots, n \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \mu_j} = 0, \quad \forall j=1, 2, \dots, n \quad (2.19)$$

e

$$\frac{\partial L}{\partial \beta} = 0. \quad (2.20)$$

Como a função objetivo (2.15) é côncava (ver, p.ex., McEliece [47]) e as restrições (2.12) a (2.14) são de igualdade, as condições (2.17) a (2.20) são também suficientes para a existência de um máximo global (ver, p.ex., Swarup et alii, [70]).

Calculando as derivadas parciais de (2.17), vem

$$\begin{aligned}\frac{\partial L}{\partial T_{ij}} &= -\left(T_{ij} \frac{1}{T_{ij}} + \ln T_{ij} - 1\right) - \lambda_i - \mu_j - \beta c_{ij} \\ &= -\ln T_{ij} - \lambda_i - \mu_j - \beta c_{ij},\end{aligned}\quad (2.21)$$

para todo $i, j = 1, 2, \dots, n$.

Igualando (2.21) a zero, obtém-se

$$\ln T_{ij} = -\lambda_i - \mu_j - \beta c_{ij},$$

ou,

$$T_{ij} = e^{-\lambda_i - \mu_j - \beta c_{ij}}. \quad (2.22)$$

As derivadas parciais de (2.18), (2.19) e (2.20), igualadas a zero, fornecem exatamente as restrições (2.12), (2.13) e (2.14), respectivamente.

Substituindo o resultado encontrado em (2.22) nas restrições (2.12) e (2.13), vem

$$\sum_j (e^{-\lambda_i - \mu_j - \beta c_{ij}}) = 0_i$$

ou

$$e^{-\lambda_i} \sum_j (e^{-\mu_j - \beta c_{ij}}) = 0_i$$

ou ainda,

$$\frac{e^{-\lambda_i}}{0_i} = \left[\sum_j e^{-\mu_j - \beta c_{ij}} \right]^{-1} \quad (2.23)$$

e,

$$\sum_i \left(e^{-\lambda_i - \mu_j - \beta c_{ij}} \right) = D_j$$

ou,

$$e^{-\mu_j} \sum_i \left(e^{-\lambda_i - \beta c_{ij}} \right) = D_j$$

ou ainda,

$$\frac{e^{-\mu_j}}{D_j} = \left[\sum_i e^{-\lambda_i - \beta c_{ij}} \right]^{-1}. \quad (2.24)$$

Fazendo as transformações

$$A_i O_i = e^{-\lambda_i}$$

e

$$B_j D_j = e^{-\mu_j}$$

e substituindo em (2.22), (2.23) e (2.24), obtém-se

$$T_{ij} = A_i O_i B_j D_j e^{-\beta c_{ij}} \quad (2.25)$$

$$A_i = \left[\sum_j B_j D_j e^{-\beta c_{ij}} \right]^{-1} \quad (2.26)$$

e

$$B_j = \left[\sum_i A_i O_i e^{-\beta c_{ij}} \right]^{-1}. \quad (2.27)$$

O modelo assim deduzido, dado pelas equações (2.25) a (2.27), é um típico modelo gravitacional de duplas restrições. Sua função de impedância tem a forma de uma exponencial negativa, refletindo uma

percepção linear do custo de transportes, por parte dos viajantes (ver Ulysséa Neto [73]).

É importante observar que as variáveis T_{ij} , $i, j = 1, 2, \dots, n$ do problema P podem ser facilmente transformadas em proporções, fazendo-se

$$p_{ij} = \frac{T_{ij}}{T} ;$$

$$o_i = \frac{O_i}{T} ;$$

$$d_j = \frac{D_j}{T} ;$$

$$c = \frac{C}{T} .$$

Neste caso, os elementos da matriz $[p_{ij}]$ determinam uma distribuição de probabilidades. Wilson [80] mostrou que o problema P é equivalente ao problema P', dado por

$$\max - \sum p_{ij} \ln p_{ij} \quad (2.28)$$

sujeito a

$$\sum_j p_{ij} = o_i \quad (2.29)$$

$$\sum_i p_{ij} = d_j \quad (2.30)$$

$$\sum_{ij} p_{ij} c_{ij} = c \quad (2.31)$$

$$1 \geq p_{ij} \geq 0$$

A função objetivo (2.28) é a entropia da distribuição de probabilidades p_{ij} , definida por Shannon, na Teoria da Informação (ver, p.ex., Aczel [1]). Portanto, as funções objetivo (2.11) e (2.28) são apenas maneiras distintas de medir a entropia do sistema,

a qual, segundo Wilson, pode ser tomada em alguma das seguintes formas equivalentes:

$$\ln \frac{T!}{\prod_{i,j} T_{ij}!} ;$$

$$- \sum_i \sum_j T_{ij} \ln T_{ij}$$

ou,

$$- \sum_i \sum_j p_{ij} \ln p_{ij},$$

$$\text{onde } p_{ij} = \frac{T_{ij}}{T_i}.$$

É importante salientar que o trabalho de Wilson [79], utilizando o método da maximização da entropia para deduzir o modelo gravitacional, foi pioneiro na área das Ciências Sociais. Atualmente, o princípio da maximização da entropia, com as informações prévias relativas ao sistema de interesse introduzidas na forma de restrições, constitui um método amplamente difundido para o desenvolvimento de modelos nas mais diversas áreas (ver Kapur [39] e [40]).

2.2.3 - Calibração.

O processo de calibração de um modelo de distribuição de viagens consiste em estimar os valores dos parâmetros, de tal forma que a matriz de viagens obtida pelo modelo é a que melhor se ajusta aos dados observados, de acordo com algum critério pré-especificado.

A calibração do modelo gravitacional, dado pelas equações (2.25) a (2.27), envolve a determinação dos fatores de balanceamento A_i e B_j , $i, j = 1, 2, \dots, n$ (daqui por diante denotados por A_i s e B_j s) e do parâmetro de impedância β .

Para um valor específico de β , os fatores de balanceamento A_i s e B_j s, associados às zonas de origem e destino, respectivamente, geralmente são determinados pelas equações (2.26) e (2.27), através

de um processo iterativo. O processo iterativo usual, denominado Método de Furness, consiste em atribuir inicialmente o valor 1 a todos os A_i s e determinar os valores dos B_j s através das equações (2.27). A seguir, usando os valores obtidos para os B_j s, determinar novos valores para os A_i s, repetindo-se o processo iterativo até que o equilíbrio seja encontrado. Deve-se a Evans [16] a prova de que os A_i s e B_j s sempre podem ser encontrados desta maneira e que a matriz $[T_{ij}]$ obtida pela eq. (2.25), e que satisfaz as restrições de consistência (2.12) e (2.13) é única.

Observa-se que o processo iterativo também poderia ser iniciado atribuindo-se aos B_j s o valor 1.

Para a determinação do parâmetro de impedância β , vários métodos foram desenvolvidos. O mais difundido é um procedimento iterativo devido a Hyman [37].

Seguindo uma aproximação Bayesiana, Hyman desenvolveu critérios de calibração dos modelos gravitacionais duplamente restritos, onde a função de impedância é uma exponencial negativa. Ele mostrou que o critério a ser adotado para a determinação do parâmetro de impedância, é escolher o valor de β tal que o custo médio no modelo e o custo médio observado sejam iguais.

Com base nesse resultado, Hyman propôs o seguinte método iterativo para a determinação de β .

1ª. iteração:

$$\beta^1 = \frac{3}{2 \bar{c}}, \quad (2.32)$$

onde \bar{c} é o custo médio de viagem observado. Hyman justificou esta escolha inicial para β^1 , por observações empíricas, que mostravam que em muitos casos

$$1 \leq \beta \bar{c} \leq 2.$$

2a. iteração:

$$\beta^2 = \frac{c_1}{\bar{c}} \beta^1, \quad (2.33)$$

onde c_1 é o custo médio de viagem no modelo, obtido com os T_{ij} resultantes da 1a. iteração.

Iterações subsequentes:

$$\beta^{m+1} = \frac{(\bar{c} - c_{m-1}) \beta_m - (\bar{c} - c_m) \beta_{m-1}}{c_m - c_{m-1}}, \quad (2.34)$$

para $m \geq 2$.

O procedimento iterativo continua até que o custo médio de viagem no modelo é suficientemente próximo ao custo médio de viagem observado.

Embora a convergência não é assegurada para todos os casos, na maioria das aplicações práticas ela é razoavelmente rápida (ver Williams [77]).

Observa-se que a cada iteração do Método de Hyman, existe a necessidade do processo iterativo completo para determinação dos A_i s e B_j s. O processo de calibração do modelo como um todo pode ser visualizado no fluxograma da figura 2.3.

Um outro método matematicamente interessante para calibrar o parâmetro β , foi dado por Evans [17]. Ele obteve um importante resultado, que confirmou o resultado obtido por Hyman, pelo qual a calibração de β deve ser feita de forma que o custo médio de viagem no modelo seja igual ao custo médio de viagem observado nos dados. Evans obteve este resultado usando o método estatístico clássico da máxima verossimilhança.

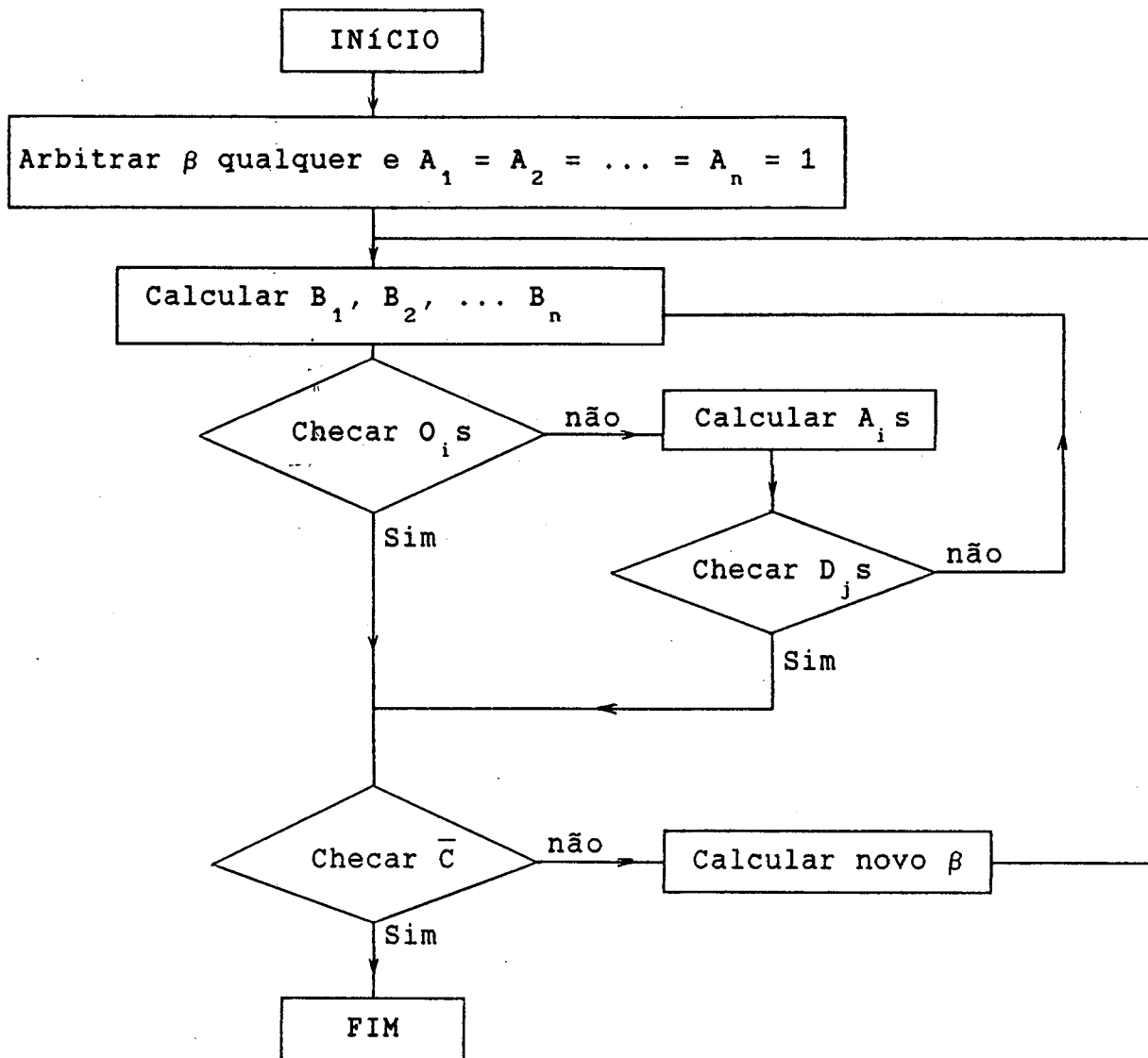


Fig. 2.3. - Fluxograma da calibração do modelo gravitacional.

O método de calibração de β , desenvolvido por Evans, segue os seguintes passos:

1 - Escrevendo o custo médio de viagem c como função de β , expande-se a função $c(\beta)$ em série de Taylor numa vizinhança de zero.

2 - Para um dado custo observado, obtém-se uma equação polinomial em β .

3 - Resolve-se esta equação pelo método de Newton, (ver p.ex., Humes [35]) obtendo-se o valor de β que corresponde ao custo

observado.

Além dos dois métodos brevemente apresentados, muitos outros trabalhos foram desenvolvidos sobre o processo de calibração dos modelos gravitacionais (ver, p.ex., Evans e Kirby [20], Kirby [41], Batty [4]).

Num estudo comparativo entre diversas técnicas de calibração, Williams [77], concluiu que o método de Hyman é o mais preciso para a maioria das situações práticas e recomendou-o para uso geral.

2.3 - Modelos de Oportunidades Intervenientes.

2.3.1 - Concepção e desenvolvimento histórico.

A base teórica dos modelos de oportunidades intervenientes foi apresentada por Stouffer em 1940 [68]. Num estudo sociológico sobre o deslocamento de famílias dentro do distrito metropolitano de Cleveland, EUA, Stouffer formulou a hipótese de que a mobilidade não tem necessariamente uma relação explícita com a distância. Ele adotou a seguinte premissa básica:

O número de pessoas indo a uma distância é diretamente proporcional ao número de oportunidades naquela distância e inversamente proporcional ao número de oportunidades intervenientes.

A estrutura do modelo de oportunidades desenvolvido por Stouffer é ilustrada na fig. 2.4 e sua formulação matemática é dada pela equação:

$$\frac{\Delta y}{\Delta s} = \frac{a}{x} \cdot \frac{\Delta x}{\Delta s}, \quad (2.35)$$

onde:

Δy - número de pessoas movendo-se de uma dada origem para uma faixa circular S , de largura Δs , delimitada por 2 círculos de raios $s - 1/2\Delta s$ e $s + 1/2\Delta s$, cujos centros estão sobre a origem dada;

x - número de oportunidades intervenientes, isto é, número de oportunidades entre a origem e a faixa circular S ;

Δx - número de oportunidades dentro da faixa circular S ;

a - constante de proporcionalidade.

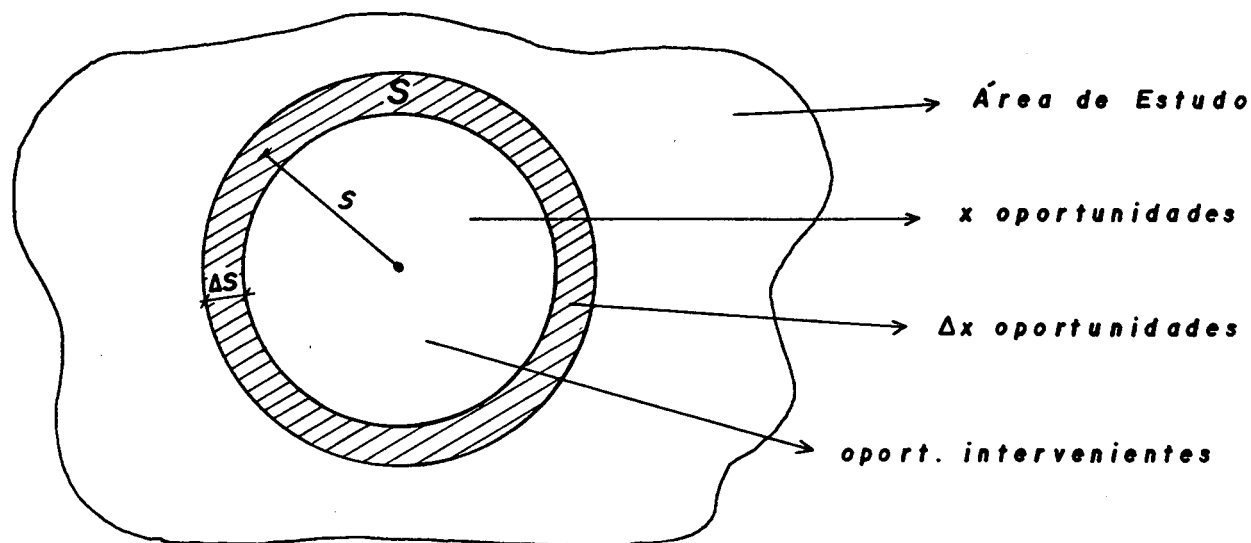


Fig. 2.4 - Estrutura do modelo de oportunidades intervenientes.

É importante observar que a figura 2.4 apenas delimita a região na qual são contadas as oportunidades intervenientes. Stouffer alertou que, em alguma aplicação prática de sua teoria, o conceito de oportunidade interveniente deve ser explicitamente definido e que sua definição apropriada depende da particular situação em estudo. Ele observou também que a "distância" pode ser expressa em unidades de espaço, tempo ou custo de viagem.

Em 1960, Stouffer apresentou outro trabalho [69], onde relatou que diversas aplicações de sua teoria em estudos sociológicos, demonstraram a necessidade de uma reformulação na forma de definir o número de oportunidades intervenientes. Ele propôs, então, o seguinte procedimento para determinar o número de oportunidades que se interpõem entre duas cidades A e B:

- 1 - Conecta-se as duas cidades por uma linha reta;
- 2 - Desenha-se um círculo com esta linha como diâmetro;
- 3 - Contam-se as oportunidades dentro deste círculo.

A fig. 2.5 ilustra esta nova forma de definir o número de oportunidades intervenientes, contrastando com a forma original,

dada inicialmente por Stouffer. É importante salientar que, neste trabalho, Stouffer também alerta que a escolha de um círculo foi feita de forma arbitrária, por simplicidade. Ao invés do círculo poderia ser usada uma elipse ou outra região qualquer mais conveniente. Em estudos sociológicos posteriores outras formas de definir o número de oportunidades intervenientes foram propostas (ver, p.ex., Galle e Taeuber [26]).

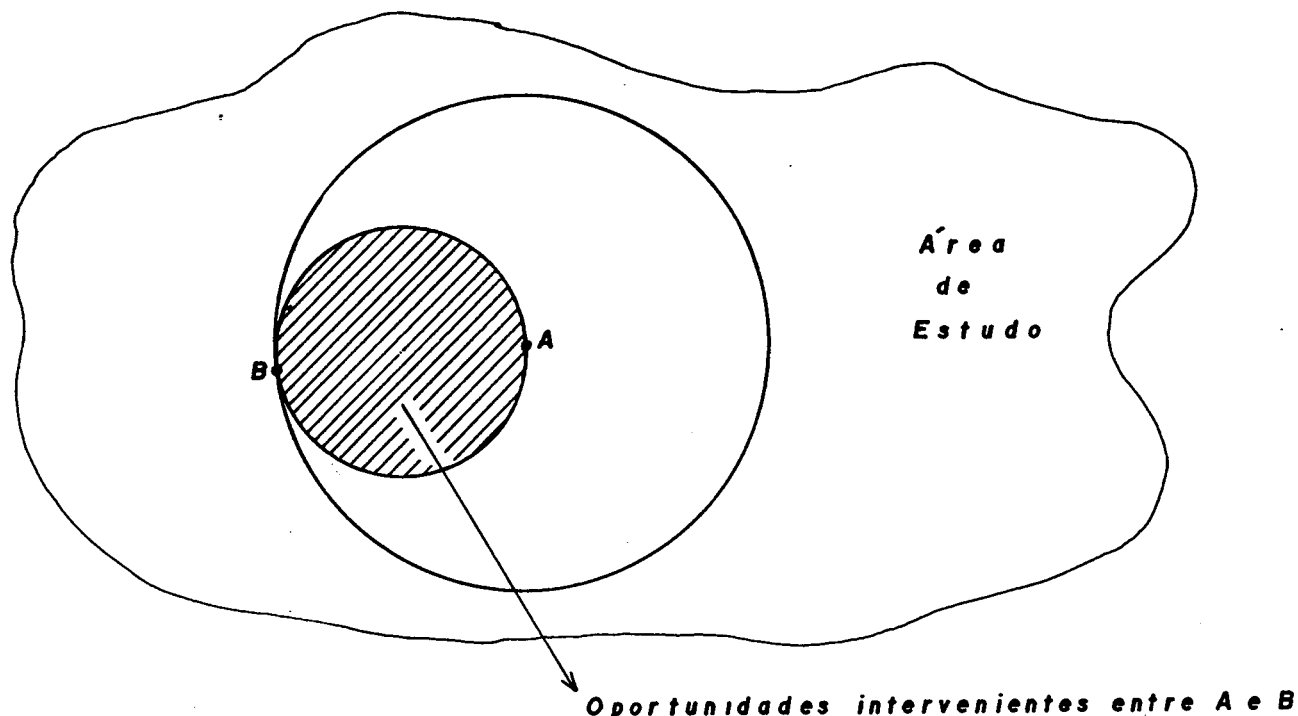


Fig.2.5 - Nova forma dada por Stouffer [69] para definir o número de oportunidades intervenientes.

No final dos anos 50, o princípio básico de Stouffer foi aplicado para o processo de distribuição de viagens. Schneider (Citado nas referências [11], [22], [33], [36], [51], [54] e [57]) desenvolveu um modelo de oportunidades intervenientes para distribuição de viagens, que foi aplicado com sucesso no Chicago Area Transportation Study (CATS) e em outros estudos desenvolvidos na época (ver Finney [22]).

O modelo desenvolvido por Schneider constitui a forma usual corrente do modelo de oportunidades intervenientes para distribuição de viagens. Sua dedução formal se alicerça na teoria das probabilidades e será apresentada na secção que segue.

2.3.2 - Dedução.

Nesta secção, apresenta-se a dedução formal do modelo de oportunidades intervenientes que foi desenvolvido por Schneider, tomando-se como base as referências [33], [51], [11], [36] e [80].

A premissa básica do modelo é que, dentro da área de estudo, as viagens se manterão tão curtas quanto possível, aumentando de comprimento somente se elas não puderem encontrar um destino aceitável numa distância menor.

De acordo com a premissa básica, assim poderia ser descrito o comportamento de um viajante:

O viajante se desloca de uma zona de origem i até a oportunidade de destino (ou simplesmente, oportunidade) mais próxima. Se este destino for aceitável, ele conclui sua viagem neste ponto. Caso contrário, ele se desloca até a oportunidade seguinte mais próxima, e assim sucessivamente.

Schneider desenvolveu seu modelo, com base nas seguintes hipóteses:

1 - O tempo de viagem a partir de um ponto é minimizado, sujeito a condição de que toda oportunidade tem uma probabilidade fixa de ser aceita se ela for considerada.

2 - A probabilidade de uma oportunidade ser aceita, se ela for considerada, é constante, independentemente da ordem na qual as oportunidades são alcançadas.

Na dedução do modelo, a seguinte notação é utilizada:

λ - probabilidade de que uma oportunidade qualquer seja aceita, se ela for considerada;

V_j - número de oportunidades na zona j ;

W_{ij} - número de oportunidades que se interpõem entre as zonas i e j ;

$pr[A]$ - probabilidade do evento A ;

$p[j/i]$ - probabilidade de uma viagem que se origina em i , terminar na zona j .

Além dessas, outras notações serão introduzidas quando forem necessárias.

Considera-se agora, um par de zonas de origem-destino fixas (i, j). Quer-se determinar a probabilidade de uma viagem que se origina em i , terminar na zona j .

Para isso, supõem-se inicialmente, que entre as zonas i e j existem m zonas intervenientes, que são ordenadas na ordem decrescente de acessibilidade a partir de i e que são denotadas por

1, 2, ..., k , ... m .

Observa-se que não haverá problema com esta notação simplificada porque as zonas i e j estão sendo consideradas fixas.

A figura 2.6 ilustra a situação descrita.

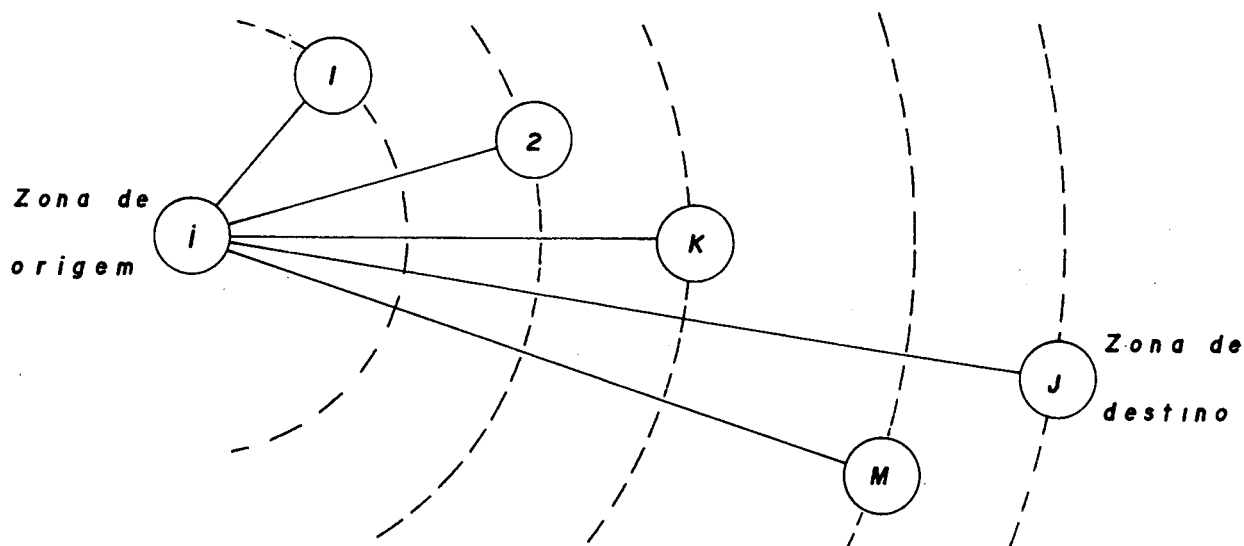


Fig. 2.6 - Zonas intervenientes entre i e j .

Fonte: Novaes [51].

De acordo com a premissa básica, as viagens dentro da área de estudo permanecerão tão curtas quanto possível. Assim, primeiro serão consideradas as oportunidades da zona 1, depois as oportunidades da zona 2 e assim sucessivamente, alcançando-se uma zona k somente se não for encontrada uma oportunidade aceitável mais

próxima.

Sejam $p(k)$ a probabilidade de um viajante encontrar um destino aceitável na zona k , se esta zona for alcançada e $q(k)$ a probabilidade do viajante ultrapassar a zona k . Então,

$$p(k) = \text{pr} \left[\begin{array}{l} \text{uma oportunidade qualquer} \\ \text{da zona } k \text{ ser aceita} \end{array} \right] \cdot \left(\begin{array}{l} \text{número de oportunidades} \\ \text{na zona } k \end{array} \right)$$

$$= \lambda V_k, \text{ para } k = 1, 2, \dots, m.$$

Tem-se, também,

$$\text{pr} \left[\begin{array}{l} \text{viajante não encontrar uma oportu-} \\ \text{tunidade aceitável na zona } k \text{ tendo} \\ \text{alcançado esta zona.} \end{array} \right] = 1 - \lambda V_k.$$

Para determinar $q(k)$ procede-se indutivamente, como segue:

$$q[1] = \text{pr} [\text{viajante ultrapassar a zona 1}]$$

$$= \text{pr} \left[\begin{array}{l} \text{viajante} \\ \text{alcançar} \\ \text{a zona 1} \end{array} \right] \cdot \text{pr} \left[\begin{array}{l} \text{viajante não encontrar uma oportuni-} \\ \text{dade aceitável na zona 1, tendo al-} \\ \text{cançado esta zona.} \end{array} \right]$$

$$= 1 \cdot (1 - \lambda V_1)$$

$$= 1 - \lambda V_1.$$

Observa-se que a probabilidade de um viajante alcançar a zona 1 é 1. Isso ocorre porque as oportunidades da zona de origem são agregadas e associadas ao centróide da zona. Dessa forma, a primeira oportunidade a ser considerada pelo viajante se localizará na zona 1 e assim essa zona será alcançada com certeza.

$$q[2] = \text{pr} [\text{viajante ultrapassar a zona 2}]$$

$$= \text{pr} \left[\begin{array}{l} \text{viajante} \\ \text{alcançar} \\ \text{a zona 2} \end{array} \right] \cdot \text{pr} \left[\begin{array}{l} \text{viajante não encontrar uma oportuni-} \\ \text{dade aceitável na zona 2, tendo al-} \\ \text{cançado esta zona.} \end{array} \right]$$

$$= q_1 \cdot (1 - \lambda \cdot V_2).$$

Prosseguindo desta forma, obtém-se

$$\begin{aligned} q_3 &= q_2 (1 - \lambda V_3) \\ &\vdots \\ q_k &= q_{k-1} (1 - \lambda V_k) \end{aligned}$$

ou,

$$-\lambda V_k = \frac{q_k - q_{k-1}}{q_{k-1}}. \quad (2.36)$$

Seja U_k o número de oportunidades acumuladas, a partir de i , até a zona k inclusive. Então,

$$U_k = \sum_{l=1}^k V_l \quad \text{e} \quad V_k = U_k - U_{k-1}. \quad (2.37)$$

A figura 2.7 ilustra a nova variável U que é representada num eixo ordenado com origem na zona i e que coincide com a reta que une as zonas i e j .

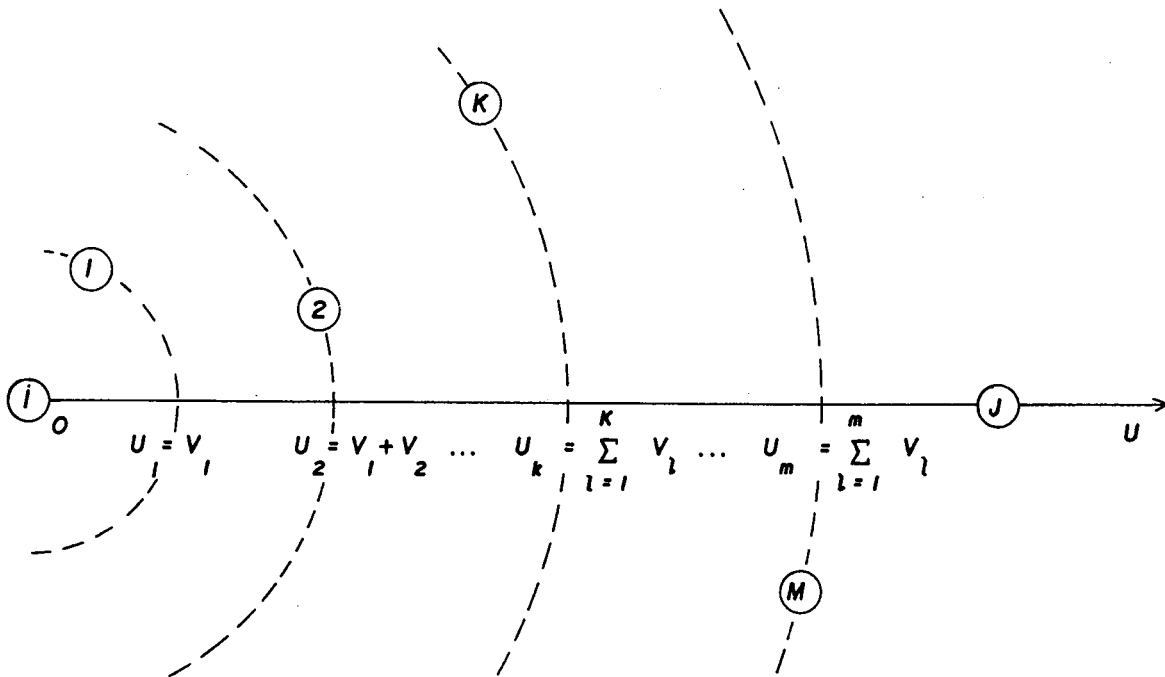


Fig. 2.7 - Oportunidades acumuladas a partir da zona i .

Substituindo agora (2.37) em (2.36), vem

$$-\lambda (U_k - U_{k-1}) = \frac{q_k - q_{k-1}}{q_{k-1}}$$

ou,

$$-\lambda \Delta U_k = \frac{\Delta q_k}{q_{k-1}}, \quad (2.38)$$

onde $\Delta U_k = U_k - U_{k-1}$ e $\Delta q_k = q_k - q_{k-1}$.

Sob a hipótese de variação contínua, a equação (2.38) pode ser reescrita como

$$-\lambda dU = \frac{dq}{q}. \quad (2.39)$$

Integrando a equação (2.39), obtém-se

$$q = ke^{-\lambda U}, \quad (2.40)$$

onde k é uma constante.

Nesta equação, q é a probabilidade de um viajante ultrapassar U oportunidades, acumuladas a partir de i .

Usando a equação (2.40) pode-se obter a probabilidade $p[j/i]$, isto é, a probabilidade de uma viagem que se inicia em i terminar na zona j . $p[j/i]$ é obtida como segue:

$$\begin{aligned} p[j/i] &= \text{pr} \left[\text{viajante ultrapassar a zona } m \right] \\ &\quad - \text{pr} \left[\text{viajante ultrapassar a zona } j \right] \\ &= \text{pr} \left[\text{viajante ultrapassar as } U_m \text{ oportunidades acumu-} \right. \\ &\quad \left. \text{ladas a partir de } i, \text{ até a zona } m \text{ inclusive.} \right] \end{aligned}$$

$$-pr \left[\begin{array}{l} \text{viajante ultrapassar as } U_m + V_j \text{ oportunidades acu-} \\ \text{muladas a partir de } i, \text{ até a zona } j \text{ inclusive.} \end{array} \right]$$

Como U_m é a quantidade total de oportunidades que se interpõem entre as zonas i e j , de acordo com a notação introduzida inicialmente, tem-se

$$U_m = W_{ij}.$$

Assim, usando a eq. (2.40), vem

$$\begin{aligned} p[j/i] &= k_i e^{-\lambda W_{ij}} - k_i e^{-\lambda(W_{ij} + V_j)} \\ &= k_i e^{-\lambda W_{ij}} \left[1 - e^{-\lambda V_j} \right]. \end{aligned} \quad (2.41)$$

O número de viagens que se originam em i e terminam em j , é obtido multiplicando-se o número total de viagens que se originam em i pela probabilidade $p[j/i]$. Ou seja,

$$T_{ij} = O_i k_i e^{-\lambda W_{ij}} \left[1 - e^{-\lambda V_j} \right]. \quad (2.42)$$

A equação (2.42) representa a forma usual corrente do modelo de oportunidades intervenientes para distribuição de viagens.

Observa-se que a constante k_i , que resultou no modelo pela integração da equação (2.39), é um fator de balanceamento e pode ser usado para assegurar que uma viagem qualquer que se origina em i termine em alguma zona de destino j . Neste caso,

$$\sum_{j=1}^n k_i e^{-\lambda W_{ij}} \left[1 - e^{-\lambda V_j} \right] = 1, \quad (2.43)$$

para $i = 1, 2, \dots, n$.

É importante observar também, que para o raciocínio lógico-dedutivo usado na dedução do modelo, houve a necessidade das zonas de tráfego serem consideradas em ordem decrescente de acessibilidade a partir da zona de origem. No entanto, examinando a equação (2.42), vê-se que para a aplicação do modelo é necessário apenas o conhecimento do número total de oportunidades intervenientes entre as zonas consideradas e o número de oportunidades existentes nas zonas de destino.

2.3.3 - Calibração.

Os procedimentos para calibrar o modelo de oportunidades intervenientes não se encontram tão desenvolvidos e bem documentados quanto os do modelo gravitacional.

As primeiras tentativas de calibração ocorreram na década de 60, quando esse modelo foi aplicado nos estudos de transportes de Chicago, Pittsburgh, New York e outras áreas. Vários procedimentos de calibração foram desenvolvidos e testados, principalmente pela equipe do CATS (ver Ruiter [57], Murany et alii. [50] e Pyers [54]). A seguir, relata-se brevemente o procedimento de calibração adotado para a área de Washington, D.C. e relatado por Pyers [54].

Nesse estudo, o parâmetro λ foi deduzido empiricamente e interpretado como segue:

λ descreve a taxa pela qual o número de viagens decai com o aumento das oportunidades de destino e aumento do comprimento de viagem, e como tal, está associado à distribuição do comprimento de viagens para uma dada rede e um dado conjunto de pontos alternativos de destino (ou terminais de viagem).

Usando esta interpretação de λ , um procedimento de calibração consistiu em obter o valor de λ , de forma que o comprimento médio de viagens do modelo se tornasse próximo ao comprimento médio de viagens observado.

Inicialmente, a equação usada para determinar os T_{ij} foi

$$T_{ij} = O_i e^{-\lambda W_{ij}} \left[1 - e^{-\lambda V_j} \right] \quad (2.44)$$

que difere da equação (2.42) por não apresentar o fator de balanceamento k_i .

Para obter uma estimativa do valor inicial de λ , foram considerados os seguintes métodos:

Primeiro Método:

$$\frac{\bar{r}_1}{\bar{r}_2} = \left[\frac{\lambda_2 P_2}{\lambda_1 P_1} \right]^{1/2} \quad (2.45)$$

onde:

\bar{r}_1, \bar{r}_2 - comprimento médio de viagem para os casos 1 e 2, sendo que o caso 1 corresponde a uma cidade onde o modelo já tenha sido calibrado;

λ_1, λ_2 - valores de λ para os casos 1 e 2; λ_1 já conhecido;

P_1, P_2 - densidade de terminais de viagem para os casos 1 e 2,

expressa por $\frac{\text{número de terminais de viagem}}{\text{unidades de área}}$.

Segundo Método:

$$\bar{r} = k \sqrt{\frac{1}{\lambda P}}, \quad (2.46)$$

onde:

\bar{r} - comprimento médio de viagem;

k - constante de proporcionalidade aproximadamente igual a $(2\pi)^{1/2}$;

P - densidade de terminais de viagem expressa como

$\frac{\text{número de terminais de viagem}}{\text{unidades de área}}$.

Usando as equações (2.44) a (2.46) e procedimentos iterativos empíricos, foram feitas as primeiras tentativas de calibração, que não foram consideradas satisfatórias. A principal deficiência deu-se porque os outputs do modelo não satisfaziam as restrições das somas ao longo das linhas e colunas da matriz de viagens. Para eliminar tal deficiência, foi necessária a introdução de fatores de ajustamento adicionais, que também foram obtidos por processos iterativos empíricos.

É importante observar que no final do processo de calibração, o modelo foi julgado adequado tanto para reproduzir os padrões de tráfego existentes como para prever os padrões futuros. A avaliação do desempenho do modelo foi feita levando-se em consideração os seguintes aspectos, que Pyers [54] recomenda que sejam observados em qualquer processo de calibração do modelo.

1 - O número correto de viagens a partir de cada zona de origem deve ser distribuído, ou seja,

$$\sum_j T_{ij} = O_i, i = 1, 2, \dots, n.$$

2 - O número de viagens recebidas por qualquer das zonas de destino deve ser igual ao observado, ou seja,

$$\sum_i T_{ij} = D_j, j = 1, 2, \dots, n.$$

3 - O comprimento médio de viagens e a frequência completa dos comprimentos de viagem devem ser aproximadamente iguais aos observados.

4 - Movimentos importantes, tais como viagens para zonas de grande atração ou entre zonas separadas por rios ou outras barreiras geográficas, devem ser próximos aos observados.

Analisando essas recomendações de Pyers, constata-se que os critérios usados na calibração do modelo de oportunidades intervenientes não diferem muito dos utilizados para o modelo gravitacional.

2.4 - Modelos Gravitacionais - de Oportunidades.

A partir do desenvolvimento dos modelos gravitacionais e de oportunidades intervenientes, diversos esforços foram feitos para unir essas duas classes de modelos. Entre esses esforços, pode-se citar inicialmente, um modelo gravitacional que usa oportunidades intervenientes como uma medida do custo, o qual foi apresentado por Wilson [80]. Cita-se, também, um resultado obtido por Baxter e Ewing [5] em estudos experimentais com o modelo gravitacional. Modificando a definição da 'distância' de forma a admitir efeitos de oportunidades intervenientes, eles conseguiram melhorias nos resultados obtidos pelo modelo.

Mais recentemente, uma contribuição importante no sentido de unir os modelos gravitacionais e de oportunidades intervenientes foi dada por Wills [78]. Ele desenvolveu um modelo gravitacional - de oportunidades bastante geral e flexível, onde tanto o modelo gravitacional como o de oportunidades intervenientes são obtidos como casos particulares. O modelo desenvolvido por Wills é descrito a seguir.

Inicialmente, as seguintes notações e definições precisam ser introduzidas:

- as zonas de origem são denotadas por

$$i, i = 1, 2, \dots, n;$$

- as zonas de destino são denotadas por

$$d, d = 1, 2, \dots, n;$$

- uma matriz de viagens usual é denotada por

$$[T_{id}^*]$$

e $[T_{ij}]$ denota uma matriz ordenada de viagens, onde as zonas de destino j encontram-se em ordem decrescente de acessibilidade a partir de i .

Observa-se que as zonas de destino tiveram sua notação tradicional alterada de j para d , porque no desenvolvimento do modelo elas serão ordenadas na ordem decrescente de acessibilidade a

partir de cada zona de origem. A notação tradicional j , ficou reservada para a nova matriz de viagens, obtida após o processo de ordenação.

Definição. Seja $[T_{id}^*]$ uma matriz de viagens. Para cada i , define-se a transformação

$$\delta_{jd}^{(i)} = \begin{cases} 1, & \text{se } d \text{ está na } j\text{-ésima posição na ordem} \\ & \text{decrecente de acessibilidade a partir de } i; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

A matriz ordenada de viagens é obtida pela equação

$$T_{ij} = \sum_d \delta_{jd}^{(i)} T_{id}^*, \quad (2.47)$$

onde $i, j, d = 1, 2, \dots, n$.

Observa-se que a matriz $[T_{id}^*]$ pode ser recuperada usando-se as transformações inversas $\delta_{jd}^{(i)-1}$, $i = 1, 2, \dots, n$, através da equação

$$T_{id}^* = \sum_j \delta_{jd}^{(i)-1} T_{ij}, \quad (2.48)$$

$i, j, d = 1, 2, \dots, n$.

Observa-se também que as transformações $\delta_{jd}^{(i)}$ e $\delta_{jd}^{(i)-1}$ podem ser aplicadas na matriz dos custos de viagens, no vetor de viagens atraídas, em fatores de balanceamento e demais fatores que estão envolvidos nos modelos.

Neste ponto, para clareza de entendimento do comportamento dessas transformações, é interessante a apresentação de um exemplo numérico.

Sejam $[T_{id}^*]$ uma matriz de viagens, dada por

$$[T_{id}^*] = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 35 \\ 5 & 0 & 25 \\ 35 & 25 & 0 \end{bmatrix}$$

e $[c_{id}]$ a correspondente matriz dos custos de viagem, dada por

$$[c_{id}] = \begin{bmatrix} 0 & 8 & 5 \\ 8 & 0 & 3 \\ 5 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

Supondo que a acessibilidade é caracterizada pelo custo de viagem, obtém-se:

$$\delta_{11}^{(1)} = 1; \quad \delta_{12}^{(1)} = 0; \quad \delta_{13}^{(1)} = 0$$

$$\delta_{21}^{(1)} = 0; \quad \delta_{22}^{(1)} = 0; \quad \delta_{23}^{(1)} = 1$$

$$\delta_{31}^{(1)} = 0; \quad \delta_{32}^{(1)} = 1; \quad \delta_{33}^{(1)} = 0$$

$$\delta_{11}^{(2)} = 0; \quad \delta_{12}^{(2)} = 1; \quad \delta_{13}^{(2)} = 0$$

$$\delta_{21}^{(2)} = 0; \quad \delta_{22}^{(2)} = 0; \quad \delta_{23}^{(2)} = 1$$

$$\delta_{31}^{(2)} = 1; \quad \delta_{32}^{(2)} = 0; \quad \delta_{33}^{(2)} = 0$$

$$\delta_{11}^{(3)} = 0; \quad \delta_{12}^{(3)} = 0; \quad \delta_{13}^{(3)} = 1$$

$$\delta_{21}^{(3)} = 0; \quad \delta_{22}^{(3)} = 1; \quad \delta_{23}^{(3)} = 0$$

$$\delta_{31}^{(3)} = 1; \quad \delta_{32}^{(3)} = 0; \quad \delta_{33}^{(3)} = 0$$

Usando esses resultados, pode-se obter a matriz ordenada $[T_{ij}]$, através da equação (2.47), como segue:

$$\begin{aligned} T_{11} &= \sum_d \delta_{1d}^{(1)} T_{1d}^* \\ &= \delta_{11}^{(1)} T_{11}^* + \delta_{12}^{(1)} T_{12}^* + \delta_{13}^{(1)} T_{13}^* \\ &= 1.0 + 0.5 + 0.35 \\ &= 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_{12} &= \sum_d \delta_{2d}^{(1)} T_{1d}^* \\ &= 0.0 + 0.5 + 1.35 \\ &= 35. \end{aligned}$$

Continuando esse procedimento, obtém-se a matriz completa $[T_{ij}]$, que é dada por

$$[T_{ij}] = \begin{bmatrix} 0 & 35 & 5 \\ 0 & 25 & 5 \\ 0 & 25 & 35 \end{bmatrix}$$

Para ver que a matriz $[T_{id}^*]$ pode ser recuperada a partir da matriz $[T_{ij}]$ pela equação (2.48), deve-se observar que para cada i , os valores $\delta_{jd}^{(i)}$, $j, d = 1, 2, \dots, n$, formam uma matriz. Por exemplo,

$$\begin{bmatrix} \delta_{jd}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{matrix} & d=1 & 2 & 3 \\ \begin{matrix} j=1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Essa matriz representa uma permutação da base canônica do \mathbb{R}^3 , sendo portanto inversível. Além disso, sua inversa é dada pela sua

transposta (ver, p.ex., Steinbruch e Winterle [67]). Portanto,

$$\begin{bmatrix} \delta_{jd}^{(2)} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{matrix} & \begin{matrix} j=1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} d=1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

e então, usando a equação (2.48), obtém-se

$$\begin{aligned} T_{21}^* &= \sum_j \delta_{j1}^{(2)-1} T_{2j} \\ &= 0.0 + 0.25 + 1.5 \\ &= 5; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_{22}^* &= \sum_j \delta_{j2}^{(2)-1} T_{2j} \\ &= 1.0 + 0.25 + 0.5 \\ &= 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_{23}^* &= \sum_j \delta_{j3}^{(2)-1} T_{2j} \\ &= 0.0 + 1.25 + 0.5 \\ &= 25; \end{aligned}$$

Vê-se assim, que foi recuperada a 2a. linha da matriz $[T_{id}^*]$. De forma análoga, recuperam-se as demais linhas da matriz.

Antes da apresentação do modelo, ainda é necessária a introdução das seguintes transformações, devidas a Box e Cox. Essas transformações são muito usadas na Estatística e sua importância pode ser vista, por exemplo, em Spitzer [65] e [66] e Gaudry e Wills [29].

1 - Transformação direta de Box-Cox de uma variável:

$$y^{(\lambda)} = \begin{cases} \frac{y^\lambda - 1}{\lambda} , & \lambda \neq 0 \\ \ln y , & \lambda \rightarrow 0 \end{cases} \quad (2.49)$$

2 - Transformação inversa de Box-Cox de uma variável:

$$y^{(\lambda^{-1})} = \begin{cases} (\lambda y + 1)^{\lambda^{-1}} , & \lambda \neq 0 \\ \exp(y) , & \lambda \rightarrow 0 \end{cases} \quad (2.50)$$

3 - Combinação convexa em τ , das transformações (2.49) e (2.50):

$$y^{(\lambda, \tau)} = \tau y^{(\lambda)} + (1 - \tau) y^{(\lambda^{-1})}, \quad 0 \leq \tau \leq 1 \quad (2.51)$$

4 - Transformação de Box-Tukey de uma variável:

$$(y + \mu)^{(\lambda)} = \begin{cases} \frac{(y + \mu)^\lambda - 1}{\lambda} , & \lambda \neq 0 \\ \ln (y + \mu) , & \lambda \rightarrow 0 \end{cases} \quad (2.52)$$

Uma vez introduzidos esses pré-requisitos, pode-se agora apresentar o modelo desenvolvido por Wills. Para isso, observa-se inicialmente que, com a introdução da matriz ordenada de viagens $[T_{ij}]$, as restrições de consistência dos modelos duplamente restritos passam a ser expressas na forma

$$O_i = \sum_j T_{ij} \quad (2.53)$$

e

$$D_j = \sum_d \delta_{jd}^{(i)} D_d , \quad (2.54)$$

onde:

$$D_d = \sum_i T_{id}^* = \sum_i \left[\sum_j \delta_{jd}^{(i)-1} T_{ij} \right].$$

Os T_{ij} no modelo são definidos usando-se a forma geral do modelo gravitacional dada pelas eq. (2.5) a (2.7), onde a função de impedância $f(d_{ij})$ é substituída por um fator geral de proporcionalidade Π_{ij} , que será detalhado posteriormente. Tem-se,

$$T_{ij} = A_i O_i B_j D_j \Pi_{ij}; \quad (2.55)$$

$$A_i = \left[\sum_j B_j D_j \Pi_{ij} \right]^{-1}; \quad (2.56)$$

$$B_j = \sum_d \delta_{jd}^{(i)} \left[\sum_i A_i O_i \left(\sum_j \delta_{jd}^{(i)-1} \Pi_{ij} \right) \right]^{-1}. \quad (2.57)$$

A expressão para B_j é justificada como segue:

Observando que as zonas de destino foram denotadas por d , $d = 1, 2, \dots, n$, a eq. (2.7) é reescrita como

$$B_d = \left[\sum_i A_i O_i \Pi_{id} \right]^{-1}.$$

Aplicando as transformações $\delta_{jd}^{(i)}$ e sua inversa, convenientemente, vem

$$B_j = \sum_d \delta_{jd}^{(i)} B_d$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_d \delta_{jd}^{(i)} \left[\sum_i A_i O_i \Pi_{id} \right]^{-1} \\
&= \sum_d \delta_{jd}^{(i)} \left[\sum_i A_i O_i \left(\sum_j \delta_{jd}^{(i)-1} \Pi_{ij} \right) \right]^{-1},
\end{aligned}$$

pois,

$$\Pi_{id} = \sum_j \delta_{jd}^{(i)-1} \Pi_{ij}.$$

Observa-se que os fatores de balanceamento A_i e B_j dados pelas equações (2.56) e (2.57) podem ser calculados por procedimentos iterativos, na forma usual. Assim, para a caracterização completa do modelo é necessária apenas a especificação do fator geral de proporcionalidade Π_{ij} , que será feita seguindo as seguintes etapas:

1 - Definição de uma função de oportunidades U_{ik} :

Esta função relaciona i e a k -ésima zona de destino, as quais são ordenadas em forma decrescente de acessibilidade a partir de i . Sua forma geral é

$$U_{ik} = \exp \left[(1 - \lambda_0) \sum_l \alpha_l X_{kl}^{(\nu_l)} + \sum_l \gamma_l C_{ikl}^{(\lambda_l)} \right], \quad (2.58)$$

onde:

X_{kl} - l -ésima variável de oportunidades da zona de destino k ;

C_{ikl} - l -ésima variável de custo de viagem de i para k ;

$X_{kl}^{(\nu_l)}$ e $C_{ikl}^{(\lambda_l)}$ - denotam as transformações diretas de Box-Cox de X_{kl} e C_{ikl} , respectivamente;

ν_l , λ_l , α_l , γ_l e λ_0 - parâmetros a serem estimados.

Observa-se que $(U_{ik})_{k=1, \dots, n}$ é definido como um vetor de fatores de oportunidades e 'distâncias' e que, para efeitos de simplificação, usa-se a seguinte forma particular de U_{ik} :

$$U_{ik} = \exp \left[(1 - \lambda_0) \alpha P_k^{(\nu)} + \gamma (C_{ik} + \mu)^{(\lambda)} \right], \quad (2.59)$$

onde:

P_k - população da zona de destino k ;

C_{ik} - custo de viagem de i para k ;

$\lambda_0, \nu, \alpha, \gamma, \lambda, \mu$ - parâmetros;

$P_k^{(\nu)}$ - denota a transformada direta de Box-Cox de P_k ;

$(C_{ik} + \mu)^{(\lambda)}$ - denota a transformada de Box-Tukey de C_{ik} .

2 - Definição de uma função de oportunidades acumuladas Z_{ij} :

A função de oportunidades acumuladas a partir de i , até a zona j inclusive, é definida por

$$Z_{ij} = \left[\sum_{k=1}^j U_{ik} \right]^{(\lambda_0, \tau)}, \quad (2.60)$$

onde (λ_0, τ) indica uma combinação convexa das transformações direta e inversa de Box-Cox.

3 - Definição do fator geral de proporcionalidade Π_{ij} :

Π_{ij} é definido como a diferença entre as funções de oportunidades acumuladas até a j -ésima e $(j-1)$ -ésima zonas de

destino a partir de i . Isto é,

$$\begin{aligned} \Pi_{ij} &= Z_{ij} - Z_{ij-1} \\ &= \left(\sum_{k=1}^j U_{ik} \right)^{(\lambda_0, \tau)} - \left(\sum_{k=1}^{j-1} U_{ik} \right)^{(\lambda_0, \tau)}. \end{aligned} \quad (2.61)$$

Assim, o modelo geral de oportunidades duplamente restrito é dado por

$$T_{ij} = A_i O_i B_j D_j \Pi_{ij} \quad (2.62)$$

$$A_i = \left[\sum_j B_j D_j \Pi_{ij} \right]^{-1} \quad (2.63)$$

$$B_j = \sum_d \delta_{jd}^{(i)} \left[\sum_i A_i O_i \left(\sum_j \delta_{jd}^{(i)-1} \Pi_{ij} \right) \right]^{-1} \quad (2.64)$$

$$\Pi_{ij} = \left(\sum_{k=1}^j U_{ik} \right)^{(\lambda_0, \tau)} - \left(\sum_{k=1}^{j-1} U_{ik} \right)^{(\lambda_0, \tau)} \quad (2.65)$$

$$U_{ik} = \exp \left[(1 - \lambda_0) \alpha P_k^{(\nu)} + \gamma (C_{ik} + \mu)^{(\lambda)} \right]. \quad (2.66)$$

Observa-se que assim como foi obtido o modelo duplamente restrito, pode-se obter o simplesmente restrito ou irrestrito.

Observa-se também, que alguns modelos específicos são facilmente identificados como casos particulares da ampla família de modelos dada pelas equações (2.62) a (2.66). Por exemplo, tomando-se

$\lambda_0 = 1$, obtém-se o modelo gravitacional, pois neste caso

$$U_{ik} = \exp \left[(1 - 1) \alpha P_k^{(\nu)} + \gamma (C_{ik} + \mu)^{(\lambda)} \right]$$

$$= \exp \left[\gamma (C_{ik} + \mu)^{(\lambda)} \right];$$

$$Z_{ij} = \left(\sum_{k=1}^j U_{ik} \right)^{(\lambda_0, \tau)}$$

$$= \tau \left(\sum_{k=1}^j U_{ik} \right)^{(1)} + (1 - \tau) \left(\sum_{k=1}^j U_{ik} \right)^{(1^{-1})}$$

$$= \tau \left(\frac{\sum_{k=1}^j U_{ik} - 1}{1} \right) + (1 - \tau) \left(\sum_{k=1}^j U_{ik} + 1 \right)$$

$$= \tau \sum_{k=1}^j U_{ik} - \tau + \sum_{k=1}^j U_{ik} + 1 - \tau \sum_{k=1}^j U_{ik} - \tau$$

$$= \sum_{k=1}^j U_{ik} + 1 - 2\tau;$$

$$\Pi_{ij} = Z_{ij} - Z_{ij-1}$$

$$= \left(\sum_{k=1}^j U_{ik} + 1 - 2\tau \right) - \left(\sum_{k=1}^{j-1} U_{ik} + 1 - 2\tau \right)$$

$$= U_{ij}.$$

Logo,

$$\Pi_{ij} = \exp \left[\gamma (C_{ij} + \mu)^{(\lambda)} \right].$$

Particularizando ainda o valor de λ , obtém-se

Para $\lambda = 0$,

$$\begin{aligned} \Pi_{ij} &= \exp [\gamma \ln (C_{ij} + \mu)] \\ &= \exp [\ln (C_{ij} + \mu)^\gamma] \\ &= (C_{ij} + \mu)^\gamma. \end{aligned}$$

Para $\lambda = 1$,

$$\Pi_{ij} = \exp \left[\frac{\gamma (C_{ij} + \mu) - 1}{1} \right],$$

que pode ser reescrito na forma,

$$\Pi_{ij} = \exp \left[\gamma (C_{ij} + \mu) \right],$$

já que γ e μ são parâmetros que devem ser estimados.

Vê-se assim, que quando $\lambda_0 = 1$, o fator geral de proporcionalidade é expresso apenas como função do custo de viagem. Além disso, as formas mais familiares da função de impedância dos modelos gravitacionais são obtidas para valores particulares de λ .

Finalmente, observa-se que para $\tau = 0$ e $\lambda_0 = 0$, obtém-se a forma familiar do modelo de oportunidades intervenientes. Neste caso, o fator de proporcionalidade Π_{ij} será dado por

$$\Pi_{ij} = \exp \left(\sum_{k=1}^j U_{ik} \right) \left[1 - \exp (-U_{ij}) \right].$$

2.5 - Análise Crítica dos Modelos Apresentados.

Nos modelos gravitacionais pressupõe-se que a distribuição de viagens é uma função explícita da distância. Nos modelos de oportunidades intervenientes o entendimento básico é de que esta distribuição é governada pela atração das oportunidades existentes num determinado destino, confrontadas com as oportunidades mais acessíveis.

Ambas as classes de modelos apresentam deficiências e vantagens. Uma das dificuldades que mais impediram o desenvolvimento dos modelos de oportunidades intervenientes foi o fato de que, nessa classe de modelos, a impedância foi inteiramente caracterizada pelo número de oportunidades intervenientes. A distância entre as zonas não foi levada explicitamente em consideração.

Por outro lado, nos modelos gravitacionais temos que o número de viagens entre duas zonas i e j é proporcional ao número de viagens geradas em i , ao número de viagens atraídas por j e inversamente proporcional à 'distância' entre i e j . Assim, nessa classe de modelos, a impedância é totalmente caracterizada pelas 'distâncias' entre as zonas. O número de oportunidades intervenientes não é levado explicitamente em consideração.

Pode-se ver, dessa forma, que enquanto os modelos gravitacionais são deficientes por omitirem efeitos intervenientes, os modelos de oportunidades são igualmente deficientes por omitirem os efeitos da distância.

Intuitivamente, pode-se perceber que a premissa básica de cada uma das classes de modelos citadas explica apenas parcialmente o processo de distribuição de viagens e que a junção das duas pode fornecer um princípio básico mais consistente para o processo.

Embora algumas tentativas tenham sido feitas para integrar ambas as classes de modelos, problemas notacionais ajudaram a mantê-las como hipóteses alternativas, não próximas. Entre esses problemas cita-se a necessidade de que, nos modelos de oportunidades intervenientes, as zonas de destino sejam ordenadas na forma

decrecente de acessibilidade a partir de cada zona de origem, conforme é afirmado na maioria dos textos que tratam do processo de distribuição de viagens (ver Wilson [80], Hutchinson [36], Bruton [11], Novaes [51], Murany e Miller [50], Ruiter [57]). Além disso, nesses modelos as restrições de produção e atração de viagens tornam-se menos claras.

De forma geral, pode-se dizer que as notações tradicionais distintas utilizadas nas duas classes de modelos fizeram com que alguns poucos esforços feitos para integrá-las não se tornassem bem sucedidos ou não recebessem a atenção devida. Entre esses esforços cita-se o trabalho desenvolvido por Wills [78], que propôs um modelo gravitacional de oportunidades flexível, onde cada uma das classes de modelos citadas figura como um caso especial.

Conforme seu relato, Wills observou numa aplicação prática que seu modelo é superior aos dois modelos clássicos citados. No entanto, observa-se no trabalho de Wills que ele continuou considerando que existe a necessidade das várias zonas de destino serem ordenadas na forma decrescente de acessibilidade a partir de cada zona de origem. Para superar essa dificuldade, ele definiu transformações entre matrizes e matrizes de viagens ordenadas, que permitiram que as restrições de soma ao longo das linhas e colunas fossem aplicadas. Dessa forma, seu modelo tornou-se bastante complexo, o que também dificultou a sua difusão. Além disso, observa-se que o modelo de Wills não foi desenvolvido através de raciocínio lógico-dedutivo que explica o processo de distribuição de viagens.

É importante salientar que o exame da equação (2.42) mostra que, para aplicar o modelo de oportunidades intervenientes, não há efetivamente a necessidade de ordenar as zonas de destino em ordem decrescente de acessibilidade. É necessário apenas, conhecer o número de oportunidades em cada zona de destino e o número de oportunidades que se interpõem entre cada par de zonas de origem e destino. Em aplicações práticas isso pode ser feito definindo-se apropriadamente o que é uma oportunidade interveniente e construindo-se uma matriz $[W_{ij}]$, onde W_{ij} é o número de oportunidades que se interpõem entre as zonas de origem e destino i

e j. Dessa forma, eliminam-se as barreiras notacionais que impediram a integração das duas classes de modelos até a presente data. Isso será de grande valia para o desenvolvimento de um novo modelo gravitacional de oportunidades, que será o objeto do próximo capítulo.

Capítulo III - CONCEPÇÃO E DESENVOLVIMENTO DE UM NOVO MODELO GRAVITACIONAL-DE OPORTUNIDADES PARA DISTRIBUIÇÃO DE VIAGENS

3.1 - Introdução.

No capítulo anterior foram apresentados o modelo gravitacional e o modelo de oportunidades intervenientes para distribuição de viagens. Através da definição de uma matriz de oportunidades intervenientes, foi possível eliminar a dicotomia notacional que dificultava a integração dos dois modelos.

Além disso, na secção 2.5 foi evidenciada a complementaridade dos modelos citados, no que se refere ao tratamento dos fatores de impedância. Formaram-se, assim, as condições necessárias para o desenvolvimento de um novo modelo gravitacional - de oportunidades para distribuição de viagens.

Neste capítulo, apresenta-se a concepção e o desenvolvimento deste novo modelo. Sua dedução é feita de acordo com a seguinte linha mestra:

1 - Usando a filosofia Bayesiana de que uma distribuição de probabilidade expressa nosso entendimento subjetivo sobre a forma de ocorrência de um determinado processo, define-se uma distribuição de probabilidade subjetiva de ocorrência de uma matriz de viagens $[T_{ij}]$. Para isso, usam-se a definição de probabilidade condicional e a probabilidade de uma viagem que se origina em i terminar na zona j , como foi proposta por Schneider, no seu modelo de oportunidades intervenientes.

2 - Encontra-se a matriz de viagens que tem máxima probabilidade de ocorrer e que satisfaz restrições exógenas, as quais caracterizam o macroestado do sistema.

É importante observar que esta metodologia foi introduzida por Jaynes [38] na Mecânica Estatística e tornou-se consagrada nessa área. Inclusive, algumas distribuições de probabilidades utilizadas tornaram-se muito conhecidas. É o caso das estatísticas de

Maxwell-Boltzmann, Bose-Einstein e de Fermi-Dirac (ver, p.ex., Beiser [7]). A partir do trabalho de Wilson [79], ela tornou-se amplamente difundida como uma ferramenta para o desenvolvimento de modelos nas mais diversas áreas.

3.2 - Premissas Básicas do Modelo.

Antes de deduzir um novo modelo de distribuição de viagens é essencial adotar um conjunto de hipóteses, associadas com as relações entre o número de viagens entre cada par de zonas de origem-destino e as variáveis explicativas de tais interações.

Assume-se que o número de viagens entre cada par de zonas de origem-destino, em um dado intervalo de tempo, é:

- a) proporcional à propensão da zona de origem gerar viagens, dada, por exemplo, pelo número de viagens geradas por ela;
- b) proporcional à atratividade da zona de destino, dada, por exemplo, pelo número de viagens atraídas por ela;
- c) inversamente proporcional a uma medida de impedância associada com a distância entre as zonas; e
- d) inversamente proporcional a uma medida de impedância associada ao número de oportunidades que se interpõem entre as zonas consideradas.

O modelo proposto, conseqüentemente, deverá ser capaz de levar em consideração os efeitos da propensão de geração de viagens das zonas de origem, a atratividade das zonas de destino, bem como os efeitos de impedância da separação espacial e das oportunidades intervenientes entre as zonas consideradas.

3.3 - Dedução do Modelo.

Inicialmente, define-se a probabilidade de uma viagem unitária qualquer se originar na zona i e terminar na zona j . Usando a

definição de probabilidade condicional (ver, p.ex., Bekman e Costa Neto [8]), tem-se

$$\text{pr} \begin{bmatrix} 1 \text{ viagem se ori-} \\ \text{ginar em } i \text{ e ter-} \\ \text{minar em } j \end{bmatrix} = \text{pr} \begin{bmatrix} 1 \text{ viagem} \\ \text{se origi-} \\ \text{nar em } i \end{bmatrix} \cdot \text{pr} \begin{bmatrix} 1 \text{ viagem terminar} \\ \text{em } j \text{ dado que ela} \\ \text{se originou em } i \end{bmatrix}.$$

Simplificando a notação, escreve-se

$$p[i, j] = p[i] \cdot p[j/i]. \quad (3.1)$$

Como $p[i] = \frac{O_i}{T}$, onde $T = \sum_i O_i$, a eq. (3.1) pode ser reescrita na forma

$$p[i, j] = \frac{O_i}{T} \cdot p[j/i]. \quad (3.2)$$

Usando a probabilidade $p[j/i]$ definida por Schneider em seu modelo de oportunidades intervenientes e dada pela eq. (2.41), vem

$$p[i, j] = \frac{O_i}{T} k_i e^{-\lambda W_{ij}} \left[1 - e^{-\lambda V_j} \right] \quad (3.3)$$

onde, de acordo com a equação (2.43) que é repetida aqui por conviência, tem-se

$$\sum_{j=1}^n k_i e^{-\lambda W_{ij}} \left[1 - e^{-\lambda V_j} \right] = 1, \quad (3.4)$$

$i = 1, 2, \dots, n$.

Para que a equação (3.3) seja consistente, a soma de todas as probabilidades $p[i, j]$, $i, j = 1, 2, \dots, n$, deve ser igual a um, pois cada viagem necessariamente será alocada a alguma das células (i, j) da matriz de viagens $[T_{ij}]$. Isso de fato ocorre, pois

$$\begin{aligned}
\sum_{ij} p[i, j] &= \sum_{ij} \frac{O_i}{T} K_i e^{-\lambda W_{ij}} \left[1 - e^{-\lambda V_j} \right] \\
&= \sum_i \frac{O_i}{T} \sum_j K_i e^{-\lambda W_{ij}} \left[1 - e^{-\lambda V_j} \right] \\
&= \sum_i \frac{O_i}{T} \cdot 1 \\
&= \frac{1}{T} \sum_i O_i \\
&= 1,
\end{aligned}$$

já que $\sum_i O_i = T$.

Usando a notação introduzida na secção 2.2.2 (ver fig. 2.2), pode-se dizer que o número T_{ij} de viagens que serão alocadas em cada célula da matriz $[T_{ij}]$, vai depender:

- (i) da probabilidade a priori de ocorrência de uma distribuição particular qualquer (T_{ij});
- (ii) do número de distribuições particulares (T_{ij}) que dão origem à matriz de viagens $[T_{ij}]$.

A probabilidade a priori de ocorrência de uma distribuição particular (T_{ij}) pode ser obtida como segue:

Considerando que os eventos [a viagem X é alocada na célula (i, j)] e [a viagem Y é alocada na célula (i', j')] são independentes, tem-se que a probabilidade a priori de uma viagem ser alocada na célula (i, j) é $p[i, j]$; de duas viagens serem alocadas na célula (i, j) é $(p[i, j])^2$; ...; de T_{ij} viagens serem alocadas na célula (i, j) é $(p[i, j])^{T_{ij}}$; e a probabilidade a priori de ocorrência de uma distribuição particular (T_{ij}) é dada por

$$p(T_{ij}) = \prod_{ij} (p[i, j])^{T_{ij}}. \quad (3.5)$$

Substituindo o valor de $p[i, j]$ dado pela eq. (3.3) em (3.5), vem

$$p(T_{ij}) = \prod_{ij} \left[\frac{O_i k_i}{T} e^{-\lambda W_{ij}} (1 - e^{-\lambda V_j}) \right]^{T_{ij}}, \quad (3.6)$$

onde

$$\sum_j k_i e^{-\lambda W_{ij}} (1 - e^{-\lambda V_j}) = 1, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

e

$$\sum_i \frac{O_i}{T} = 1.$$

Por outro lado, o número de distribuições particulares que dão origem à matriz $[T_{ij}]$ foi obtido na secção 2.2.2 e é dado por

$$W[T_{ij}] = \frac{T!}{\prod_{ij} T_{ij}!}. \quad (3.7)$$

Usando as eq.(3.6) e (3.7), pode-se agora definir a probabilidade $p[T_{ij}]$, de ocorrência de uma matriz de viagens $[T_{ij}]$. Como essa probabilidade é dada pela soma das probabilidades de ocorrência de todas as distribuições particulares que dão origem à matriz $[T_{ij}]$, vem

$$p[T_{ij}] = \frac{T!}{\prod_{ij} (T_{ij})!} \cdot \prod_{ij} \left[\frac{O_i k_i}{T} e^{-\lambda W_{ij}} (1 - e^{-\lambda V_j}) \right]^{T_{ij}}, \quad (3.8)$$

onde:

$$\sum_j k_i e^{-\lambda W_{ij}} \left(1 - e^{-\lambda V_j}\right) = 1 \quad \text{e} \quad \sum_i \frac{O_i}{T} = 1.$$

Deve-se verificar neste ponto que a soma das probabilidades de todas as matrizes de viagem possíveis deve ser um, já que uma delas com certeza deverá ocorrer. Para fazer essa verificação é necessária a fórmula do binômio de Newton generalizada, que é dada por

$$(a_1 + a_2 + \dots + a_k)^m = \sum_{\substack{i_1 + i_2 + \dots + i_k = m \\ i_1, i_2, \dots, i_k \geq 0}} \frac{m!}{i_1! i_2! \dots i_k!} a_1^{i_1} a_2^{i_2} \dots a_k^{i_k}.$$

Como as matrizes de viagens possíveis são todas aquelas para as quais $\sum_{ij} T_{ij} = T$, denotando por L o conjunto dessas matrizes, vem

$$\begin{aligned} \sum_{[T_{ij}] \in L} p[T_{ij}] &= \sum_{[T_{ij}] \in L} \frac{T!}{\prod_{ij} (T_{ij})!} \prod_{ij} \left[\frac{O_i k_i}{T} e^{-\lambda W_{ij}} \left(1 - e^{-\lambda V_j}\right) \right]^{T_{ij}} \\ &= \left[\sum_{ij} \frac{O_i k_i}{T} e^{-\lambda W_{ij}} \left(1 - e^{-\lambda V_j}\right) \right]^T \\ &= \left[\sum_i \frac{O_i}{T} \sum_j k_i e^{-\lambda W_{ij}} \left(1 - e^{-\lambda V_j}\right) \right]^T \\ &= \left[\sum_i \frac{O_i}{T} \cdot 1 \right]^T \\ &= 1^T \\ &= 1. \end{aligned}$$

Vê-se assim, que existe consistência na definição da distribuição de probabilidades dada pela equação (3.8).

Agora, usando a eq. (3.8), determina-se a matriz $[T_{ij}]$ que é

mais provável de ocorrer e que satisfaz as restrições das somas ao longo das linhas e colunas e a restrição do custo generalizado introduzida por Wilson [79].

Para isso, deve-se resolver o problema

$$\max. \quad p = p [T_{ij}] \quad (3.9)$$

sujeito a

$$\sum_j T_{ij} = O_i \quad (3.10)$$

$$\sum_i T_{ij} = D_j \quad (3.11)$$

$$\sum_{ij} c_{ij} T_{ij} = C \quad (3.12)$$

$$T_{ij} \geq 0, \quad i, j = 1, 2, \dots, n.$$

Por conveniência, maximiza-se $\ln p$, que é dado por

$$\ln p = \ln \left(\frac{T!}{\prod_{ij} (T_{ij})!} \prod_{ij} \left[\frac{O_i k_i}{T} e^{-\lambda W_{ij}} (1 - e^{-\lambda V_j}) \right]^{T_{ij}} \right)$$

$$= \ln T! - \ln \prod_{ij} (T_{ij})!$$

$$+ \ln \prod_{ij} \left[\frac{O_i k_i}{T} e^{-\lambda W_{ij}} (1 - e^{-\lambda V_j}) \right]^{T_{ij}}$$

$$= \ln T! - \sum_{ij} \ln (T_{ij})!$$

$$+ \sum_{ij} \ln \left[\frac{O_i k_i}{T} e^{-\lambda W_{ij}} (1 - e^{-\lambda V_j}) \right]^{T_{ij}}$$

Usando a fórmula de aproximação de Stirling, vem

$$\ln p \cong T \ln T - T - \sum_{ij} (T_{ij} \ln T_{ij} - T_{ij}) + \sum_{ij} T_{ij} \ln \left[\frac{O_i k_i}{T} e^{-\lambda W_{ij}} (1 - e^{-\lambda V_j}) \right]. \quad (3.13)$$

Introduzindo os multiplicadores de Lagrange correspondentes às restrições 3.10 a 3.12, define-se a função Lagrangeana:

$$M = \ln p + \sum_i \delta_i (O_i - \sum_j T_{ij}) + \sum_j \mu_j (D_j - \sum_i T_{ij}) + \beta (C - \sum_{ij} c_{ij} T_{ij}).$$

Derivando em relação às variáveis T_{ij} , δ_i , μ_j e β , vem

$$\frac{\partial M}{\partial T_{ij}} = - \left(T_{ij} \frac{1}{T_{ij}} + \ln T_{ij} - 1 \right) + \ln \left[\frac{O_i k_i}{T} e^{-\lambda W_{ij}} (1 - e^{-\lambda V_j}) \right] - \delta_i - \mu_j - \beta c_{ij}; \quad (3.14)$$

$$\frac{\partial M}{\partial \delta_i} = O_i - \sum_j T_{ij}; \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial M}{\partial \mu_j} = D_j - \sum_i T_{ij}; \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial M}{\partial \beta} = C - \sum_{ij} c_{ij} T_{ij}. \quad (3.17)$$

Igualando a equação (3.14) a zero, obtém-se

$$- \ln T_{ij} + \ln \left[\frac{O_i k_i}{T} e^{-\lambda W_{ij}} (1 - e^{-\lambda V_j}) \right] - \delta_i - \mu_j - \beta c_{ij} = 0$$

ou,

$$\ln \left[\frac{T_{ij} T}{O_i k_i e^{-\lambda W_{ij}} (1 - e^{-\lambda V_j})} \right] = -\delta_i - \mu_j - \beta c_{ij}$$

ou,

$$\frac{T_{ij} T}{O_i k_i e^{-\lambda W_{ij}} (1 - e^{-\lambda V_j})} = e^{-\delta_i - \mu_j - \beta c_{ij}}$$

ou ainda,

$$T_{ij} = \frac{O_i k_i}{T} e^{-\lambda W_{ij}} (1 - e^{-\lambda V_j}) e^{-\delta_i - \mu_j - \beta c_{ij}}. \quad (3.18)$$

Igualando a zero as equações (3.15) a (3.17), são obtidas exatamente as restrições (3.10) a (3.12).

Substituindo o valor de T_{ij} da eq. (3.18), na restrição (3.10), vem

$$\sum_j \frac{O_i k_i}{T} e^{-\lambda W_{ij}} (1 - e^{-\lambda V_j}) e^{-\delta_i - \mu_j - \beta c_{ij}} = O_i$$

ou,

$$\frac{k_i e^{-\delta_i}}{T} \sum_j e^{-\lambda W_{ij}} \left(1 - e^{-\lambda V_j} \right) e^{-\mu_j - \beta c_{ij}} = 1. \quad (3.19)$$

Substituindo o valor de T_{ij} da eq. (3.18) na restrição (3.11), obtém-se

$$\sum_i \frac{O_i k_i}{T} e^{-\lambda W_{ij}} \left(1 - e^{-\lambda V_j} \right) e^{-\delta_i - \mu_j - \beta c_{ij}} = D_j$$

ou,

$$\left(1 - e^{-\lambda V_j} \right) e^{-\mu_j} \sum_i \frac{O_i k_i}{T} e^{-\lambda W_{ij}} e^{-\delta_i - \beta c_{ij}} = D_j. \quad (3.20)$$

Fazendo as transformações

$$A_i = \frac{k_i e^{-\delta_i}}{T} \quad e \quad D_j B_j = \left(1 - e^{-\lambda V_j} \right) e^{-\mu_j}$$

e substituindo em (3.19), (3.20) e (3.18), vem

$$\begin{aligned} A_i &= \left[\sum_j e^{-\lambda W_{ij}} D_j B_j e^{-\beta c_{ij}} \right]^{-1} \\ &= \left[\sum_j D_j B_j e^{-\lambda W_{ij} - \beta c_{ij}} \right]^{-1}; \end{aligned}$$

$$D_j B_j \cdot \sum_i O_i A_i e^{-\lambda W_{ij} - \beta c_{ij}} = D_j$$

ou,

$$B_j = \left[\sum_i A_i O_i e^{-\lambda W_{ij} - \beta c_{ij}} \right]^{-1};$$

e

$$T_{ij} = A_i O_i B_j D_j e^{-\lambda W_{ij} - \beta c_{ij}}.$$

Portanto, o modelo obtido é dado por

$$T_{ij} = A_i O_i B_j D_j e^{-(\lambda W_{ij} + \beta c_{ij})}; \quad (3.21)$$

onde:

$$A_i = \left[\sum_j B_j D_j e^{-(\lambda W_{ij} + \beta c_{ij})} \right]^{-1}; \quad (3.22)$$

$$B_j = \left[\sum_i A_i O_i e^{-(\lambda W_{ij} + \beta c_{ij})} \right]^{-1}. \quad (3.23)$$

Observa-se que o modelo dado pelas equações (3.21) a (3.23) está de acordo com as premissas básicas apresentadas na secção 3.2. Analisando a equação (3.21) vê-se que T_{ij} é proporcional a O_i e D_j e inversamente proporcional ao custo de viagem c_{ij} e ao número de oportunidades intervenientes W_{ij} .

Observa-se ainda que ao introduzir-se o fator de balanceamento B_j fazendo

$$D_j B_j = \left(1 - e^{-\lambda V_j}\right) e^{-\mu_j},$$

entende-se que o fator $\left(1 - e^{-\lambda V_j}\right)$, que expressa explicitamente que T_{ij} é proporcional ao número de oportunidades da zona j , pode ser substituído por uma medida do número de viagens atraídas pela zona j .

Finalmente, observa-se que os fatores k_i foram inseridos nos fatores de balanceamento A_i , $i = 1, 2, \dots, n$. Elimina-se assim, a necessidade de sua determinação no processo de calibração.

3.4 - Alguns Comentários sobre a Dedução do Modelo.

A dedução do modelo gravitacional de oportunidades, desenvolvida na secção 3.3, apresenta consistência teórica. Para realçar isso, comentam-se rapidamente os passos seguidos e a validade de cada um.

Primeiro, definiu-se uma distribuição de probabilidades subjetiva de ocorrência de uma matriz de viagens $[T_{ij}]$. Para isso, foram usados os resultados de Schneider, que já foram aplicados com sucesso em diversas situações práticas reais e a clássica filosofia Bayesiana. Salientando o que diz Jaynes [38]:

Do ponto de vista subjetivo, a probabilidade de um evento é meramente uma expressão formal de nossa expectativa que este evento ocorreu, ocorre, ou ocorrerá, baseado sobre toda informação disponível;

vê-se que há consistência teórica nesta definição subjetiva da distribuição de probabilidades.

A seguir, encontrou-se a matriz de viagens que tem máxima probabilidade de ocorrer e que satisfaz restrições exógenas, as quais caracterizam o macroestado do sistema. É importante observar que a validade da introdução dessas restrições já foi comprovada por pesquisadores de renome como Hyman [37], Evans [17] e Wilson [79] na

área de Transportes. Também na Mecânica Estatística, essa metodologia foi utilizada por grandes pesquisadores como Jaynes [38] e Boltzmann (ver, p.ex., Beiser [7]).

Finalmente, o modelo proposto foi obtido como resultado do problema de maximização. A matriz de viagens $[T_{ij}]$, determinada através da equação (3.21), é a que tem máxima probabilidade de ocorrer dentre as que satisfazem as três restrições impostas (eq. (3.10) a (3.12)).

É importante salientar que estas três restrições possibilitam a determinação dos fatores de balanceamento A_i e B_j e do parâmetro β , na fase de calibração do modelo. Como o modelo apresenta um parâmetro adicional λ , é necessário desenvolver um procedimento para sua calibração. Isso será discutido nos próximos capítulos.

Capítulo IV - MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA, MÁXIMA ENTROPIA E O MODELO GRAVITACIONAL - DE OPORTUNIDADES PROPOSTO

4.1 - Introdução.

Neste capítulo, apresentam-se dois importantes resultados relacionados com o novo modelo gravitacional-de oportunidades. Em primeiro lugar, aplica-se o princípio da máxima verossimilhança para estimar os parâmetros do modelo proposto. Com isso, obtém-se um conjunto de equações que fornecem critérios para a calibração do modelo, a qual será desenvolvida no próximo capítulo.

Através da análise dos resultados alcançados pela maximização da verossimilhança e de sua comparação com os resultados obtidos por Hyman [37], Evans [17] e Sen [60] para o modelo gravitacional, surge a indagação:

"É o novo modelo um modelo entrópico?"

A resposta a esta pergunta é afirmativa e uma nova dedução do modelo, utilizando o princípio da máxima entropia, é apresentada.

4.2 - Estimativa dos Parâmetros do Modelo Proposto pelo Princípio da Máxima Verossimilhança.

Para estimar os parâmetros do modelo usando o princípio da máxima verossimilhança, deve-se partir da suposição básica de que os dados disponíveis (no caso, a matriz O-D observada) seguem uma distribuição de probabilidades conhecida. Normalmente, para os modelos gravitacionais, assume-se uma distribuição de Poisson ou uma distribuição multinomial (Ver Evans [17] e Sen [60]).

Considera-se, aqui, que existem $T^* = \sum_{ij} T_{ij}^*$ viagens observadas e que os T_{ij}^* tem distribuições multinomiais independentes.

Para aplicar o princípio da máxima verossimilhança é necessário, primeiro, escrever o modelo na forma probabilística.

Usando letras minúsculas para representar o novo modelo, dado na equação (3.21), nesta forma e denotando por p_{ij} a proporção de viagens que iniciam em i e terminam em j , tem-se

$$p_{ij} = o_i a_i d_j b_j e^{-(\lambda W_{ij} + \beta c_{ij})}, \quad (4.1)$$

onde $\sum_i o_i = \sum_j d_j = 1$.

Para a amostra observada, a função de máxima verossimilhança é dada por

$$L = \prod_{ij} (p_{ij})^{T_{ij}^*}. \quad (4.2)$$

Os estimadores de máxima verossimilhança dos parâmetros do modelo são obtidos maximizando-se (4.2) sujeita à restrição de consistência

$$\sum_{ij} p_{ij} = 1. \quad (4.3)$$

Substituindo (4.1) em (4.2) e (4.3), obtém-se o problema P, dado por

$$\max L = \prod_{ij} \left[o_i a_i d_j b_j e^{-(\lambda W_{ij} + \beta c_{ij})} \right]^{T_{ij}^*}$$

sujeito a

$$\sum_{ij} o_i a_i d_j b_j e^{-(\lambda W_{ij} + \beta c_{ij})} = 1.$$

Por conveniência, maximiza-se a função $\ln L$.

O problema P pode ser resolvido via otimização sem restrições da função Lagrangeana:

$$L^* = \sum_{ij} T_{ij}^* \left[\ln o_i + \ln a_i + \ln d_j + \ln b_j - \lambda W_{ij} - \beta c_{ij} \right] \\ - \gamma \left[\sum_{ij} o_i a_i d_j b_j e^{-(\lambda W_{ij} + \beta c_{ij})} - 1 \right].$$

Derivando L^* em relação à a_i , b_j , λ , β e γ , vem

$$\frac{\partial L^*}{\partial a_i} = \sum_j T_{ij}^* \cdot \frac{1}{a_i} - \gamma \sum_j o_i d_j b_j e^{-(\lambda W_{ij} + \beta c_{ij})};$$

$$\frac{\partial L^*}{\partial b_j} = \sum_i T_{ij}^* \cdot \frac{1}{b_j} - \gamma \sum_i o_i a_i d_j e^{-(\lambda W_{ij} + \beta c_{ij})};$$

$$\frac{\partial L^*}{\partial \lambda} = - \sum_{ij} T_{ij}^* W_{ij} - \gamma \sum_{ij} o_i a_i d_j b_j (-W_{ij}) e^{-(\lambda W_{ij} + \beta c_{ij})};$$

$$\frac{\partial L^*}{\partial \beta} = - \sum_{ij} T_{ij}^* c_{ij} - \gamma \sum_{ij} o_i a_i d_j b_j (-c_{ij}) e^{-(\lambda W_{ij} + \beta c_{ij})};$$

$$\frac{\partial L^*}{\partial \gamma} = \sum_{ij} o_i a_i d_j b_j e^{-(\lambda W_{ij} + \beta c_{ij})} - 1.$$

Igualando as derivadas parciais a zero, obtêm-se as equações:

$$\frac{1}{a_i} \sum_j T_{ij}^* = \gamma \sum_j o_i d_j b_j e^{-(\lambda W_{ij} + \beta c_{ij})}; \quad (4.4)$$

$$\frac{1}{b_j} \sum_i T_{ij}^* = \gamma \sum_i o_i a_i d_j e^{-(\lambda W_{ij} + \beta c_{ij})}; \quad (4.5)$$

$$\sum_{ij} T_{ij}^* w_{ij} = \gamma \sum_{ij} o_i a_i d_j b_j e^{-(\lambda w_{ij} + \beta c_{ij})} w_{ij} ; \quad (4.6)$$

$$\sum_{ij} T_{ij}^* c_{ij} = \gamma \sum_{ij} o_i a_i d_j b_j e^{-(\lambda w_{ij} + \beta c_{ij})} c_{ij} ; \quad (4.7)$$

e

$$\sum_{ij} o_i a_i d_j b_j e^{-(\lambda w_{ij} + \beta c_{ij})} = 1. \quad (4.8)$$

A equação (4.4) pode ser reescrita como

$$\sum_j T_{ij}^* = \gamma \sum_j a_i o_i d_j b_j e^{-(\lambda w_{ij} + \beta c_{ij})}. \quad (4.9)$$

Adicionando (4.9) sobre todos os i's e usando (4.8), vem

$$\begin{aligned} \sum_{ij} T_{ij}^* &= \gamma \sum_{ij} a_i o_i d_j b_j e^{-(\lambda w_{ij} + \beta c_{ij})} \\ &= \gamma \cdot 1, \end{aligned}$$

e dessa forma,

$$\boxed{\gamma = T^*} \quad (4.10)$$

Substituindo (4.10) em (4.9), vem

$$\frac{\sum_j T_{ij}^*}{T^*} = \sum_j a_i o_i d_j b_j e^{-(\lambda w_{ij} + \beta c_{ij})},$$

ou,

$$o_i = \sum_j a_i o_i d_j b_j e^{-(\lambda W_{ij} + \beta c_{ij})},$$

ou ainda,

$$a_i = \left[\sum_j d_j b_j e^{-(\lambda W_{ij} + \beta c_{ij})} \right]^{-1}. \quad (4.11)$$

Analogamente, substituindo (4.10) em (4.5), obtém-se

$$b_j = \left[\sum_i o_i a_i e^{-(\lambda W_{ij} + \beta c_{ij})} \right]^{-1}. \quad (4.12)$$

Substituindo (4.10) em (4.6), vem

$$\frac{1}{T^*} = \sum_{ij} T_{ij}^* W_{ij} = \sum_{ij} o_i a_i d_j b_j e^{-(\lambda W_{ij} + \beta c_{ij})} W_{ij},$$

ou,

$$\sum_{ij} \frac{T_{ij}^*}{T^*} W_{ij} = \sum_{ij} o_i a_i d_j b_j e^{-(\lambda W_{ij} + \beta c_{ij})} W_{ij}.$$

Denotando por p_{ij}^* a proporção de viagens observadas de i para j , isto é,

$$p_{ij}^* = \frac{T_{ij}^*}{T^*},$$

e usando (4.1), obtém-se

$$\sum_{ij} p_{ij}^* W_{ij} = \sum_{ij} p_{ij} W_{ij}. \quad (4.13)$$

Analogamente, substituindo (4.10) em (4.7), obtém-se

$$\sum_{ij} p_{ij}^* c_{ij} = \sum_{ij} p_{ij} c_{ij} . \quad (4.14)$$

As equações (4.11), (4.12) e (4.14) são análogas às obtidas por Evans [17] para o modelo gravitacional. Elas permitem a calibração dos fatores de balanceamento A_i s e B_j s e do parâmetro de impedância β .

A nova equação surgida (equação (4.13)) é muito interessante. Ela afirma que, de forma similar ao que ocorre com o custo médio de viagem no modelo gravitacional, o número médio de oportunidades intervenientes por viagem, no modelo, deve ser igual ao observado nos dados.

É necessário, nesse momento, uma rápida revisão dos resultados obtidos por Wilson [79], Hyman [37] e Evans [17] para o modelo gravitacional. Em 1967, Wilson introduziu a equação do custo médio generalizado e deduziu o modelo gravitacional pelo princípio da máxima entropia, usando como restrições esta equação e as equações de consistência de fluxos. Em 1969, deduzindo critérios para calibrar o modelo gravitacional, Hyman chegou às mesmas equações usadas como restrições por Wilson. Em 1971, Evans aplicou o princípio da máxima verossimilhança para estimar os parâmetros do modelo gravitacional e chegou exatamente às mesmas equações.

Analisando esses resultados, foi feita a seguinte conjectura:

"O novo modelo gravitacional de oportunidades seria um modelo entrópico e poderia ser obtido através da maximização da entropia, desde que se adicionasse uma nova restrição, garantindo que o número médio de oportunidades intervenientes por viagem ou o número total de oportunidades intervenientes no sistema fosse uma quantidade fixa W ."

A conjectura feita mostrou-se verdadeira, e uma nova dedução do modelo, através da maximização da entropia, é apresentada a seguir.

4.3 - Uma nova Dedução do Modelo Proposto usando o Princípio da Máxima Entropia.

Introduzindo a nova restrição relativa às oportunidades intervenientes e utilizando o que foi visto na secção 2.2.2, resolve-se o problema P, dado por

$$\max \frac{T!}{\prod_{ij} (T_{ij})!}$$

sujeito a

$$\sum_j T_{ij} = O_i, \quad i = 1, 2, \dots, N$$

$$\sum_i T_{ij} = D_j, \quad j = 1, 2, \dots, N$$

$$\sum_{ij} T_{ij} c_{ij} = C$$

$$\sum_{ij} T_{ij} w_{ij} = W$$

$$T_{ij} \geq 0, \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, N.$$

Usando, por conveniência, $\ln \left(T! / \prod_{ij} (T_{ij})! \right)$, obtém-se a função Lagrangeana:

$$\begin{aligned} M = & T \ln T - T - \sum_{ij} \left(T_{ij} \ln T_{ij} - T_{ij} \right) + \sum_i \gamma_i \left(O_i - \sum_j T_{ij} \right) \\ & + \sum_j \mu_j \left(D_j - \sum_i T_{ij} \right) + \beta \left(C - \sum_{ij} T_{ij} c_{ij} \right) + \lambda \left(W - \sum_{ij} T_{ij} w_{ij} \right). \end{aligned}$$

Derivando e igualando a zero, vem:

$$\frac{\partial M}{\partial T_{ij}} = - \left(- T_{ij} \cdot \frac{1}{T_{ij}} + \ln T_{ij} - 1 \right) - \gamma_i - \mu_j - \beta c_{ij} - \lambda W_{ij} = 0 ; \quad (4.15)$$

$$\frac{\partial M}{\partial \gamma_i} = O_i - \sum_j T_{ij} = 0 ; \quad (4.16)$$

$$\frac{\partial M}{\partial \mu_j} = D_j - \sum_i T_{ij} = 0 ; \quad (4.17)$$

$$\frac{\partial M}{\partial \beta} = C - \sum_{ij} T_{ij} c_{ij} = 0 ; \quad (4.18)$$

e

$$\frac{\partial M}{\partial \lambda} = W - \sum_{ij} T_{ij} W_{ij} = 0. \quad (4.19)$$

Da equação (4.15), obtém-se

$$T_{ij} = e^{-\gamma_i - \mu_j - \beta c_{ij} - \lambda W_{ij}}. \quad (4.20)$$

Substituindo (4.20) em (4.16) e (4.17), vem

$$O_i = e^{-\gamma_i} \sum_j e^{-\mu_j - \beta c_{ij} - \lambda W_{ij}} ; \quad (4.21)$$

e

$$D_j = e^{-\mu_j} \sum_i e^{-\gamma_i - \beta c_{ij} - \lambda W_{ij}}. \quad (4.22)$$

Fazendo as transformações

$$A_i = \frac{e^{-\gamma_i}}{O_i} \quad e \quad B_j = \frac{e^{-\mu_j}}{D_j}$$

e substituindo em (4.20), (4.21) e (4.22), obtém-se

$$T_{ij} = A_i O_i B_j D_j e^{-\beta C_{ij} - \lambda W_{ij}}; \quad (4.23)$$

$$A_i = \left[\sum_j B_j D_j e^{-\beta C_{ij} - \lambda W_{ij}} \right]^{-1}; \quad (4.24)$$

$$B_j = \left[\sum_i A_i O_i e^{-\beta C_{ij} - \lambda W_{ij}} \right]^{-1}. \quad (4.25)$$

As equações (4.23) a (4.25) são exatamente as equações do modelo gravitacional - de oportunidades deduzido no Capítulo III.

4.4 - Alguns Comentários.

A nova dedução do modelo proposto, através da maximização da entropia, vem comprovar a sua consistência teórica e validar a forma pela qual ele foi deduzido.

Neste sentido, o método da maximização da entropia pode ser visto mais como um instrumento que permite comprovar a consistência teórica de um modelo do que uma ferramenta para o desenvolvimento de novos modelos. Justifica-se este ponto de vista através da resposta à seguinte indagação:

"Se o método da maximização da entropia tivesse sido usado para deduzir inicialmente o novo modelo gravitacional - de oportunidades, qual seria uma justificativa plausível para a introdução da restrição relativa às oportunidades intervenientes?"

A priori, seria difícil obter-se tal justificativa. Em contrapartida, seguindo o sequenciamento lógico pelo qual o modelo

proposto foi desenvolvido, a restrição citada surgiu de uma maneira mais natural.

Tendo-se comprovado a robustez teórica do novo modelo, relativamente aos princípios da máxima verossimilhança e da maximização da entropia, apresenta-se, no capítulo seguinte, a operacionalização de sua calibração.

Capítulo V - CALIBRAÇÃO DO NOVO MODELO

5.1 - Introdução.

Segundo Batty [4], a calibração é talvez o estágio mais importante do processo de modelagem, pois durante a calibração o pesquisador pode desenvolver uma base de entendimento do modelo, explorando sua estrutura e a sensibilidade de suas variáveis. Além disso, esse entendimento obtido na fase de calibração, frequentemente auxilia na avaliação da relevância e limitações do modelo para pesquisas e aplicações práticas.

Vários métodos tem sido desenvolvidos para calibrar os modelos de distribuição de viagens. O método mais usado para os modelos gravitacionais é o processo iterativo de Furness para a determinação dos fatores de balanceamento A_i s e B_j s e o método das secantes para a determinação do parâmetro β (ver secção 2.2.3).

Métodos envolvendo a otimização de estatísticas, que relacionam os dados observados com os valores obtidos no modelo, também são muito usados (ver, p.ex., Batty [4] e Novaes [51]). Nesses métodos, o problema de calibração é visto como um problema de otimização. Como normalmente as variáveis envolvidas não se relacionam linearmente, é necessário a utilização de Técnicas de Programação não Linear. Para modelos com apenas um parâmetro pode-se usar os procedimentos de busca unidimensional, tais como: Secção Aurea, Fibonacci, etc. (ver, p.ex., Bazaraa [6]).

Para modelos com dois ou mais parâmetros usam-se outros procedimentos. Por exemplo, pode-se tentar fixar todos os parâmetros, exceto um, e fazer uma busca unidimensional sobre aquele que ficou livre. A seguir, fixa-se este e faz-se uma busca sobre outro, etc., repetindo-se o processo iterativo até que um critério de parada seja satisfeito.

Outra alternativa é usar um método de busca n-dimensional, como o Gradiente Conjugado, o Hooke e Jeeves, etc. (ver, p.ex., Bazaraa [6]).

Observando a equação (3.21), que define o modelo gravitacional - de oportunidades proposto, vê-se que no processo de calibração do modelo, os seguintes parâmetros devem ser determinados:

$$\lambda, \beta, A_i \text{ e } B_j, \quad i, j = 1, 2, \dots, n.$$

No capítulo anterior, através do princípio estatístico da máxima verossimilhança, foram obtidos importantes resultados para viabilizar a calibração desses parâmetros. A descrição detalhada dos procedimentos de calibração adotados será feita a seguir.

5.2 - Calibração dos Fatores de Balanceamento.

Essencialmente, os fatores de balanceamento A_i s e B_j s são introduzidos no modelo para garantir que as equações de consistência de fluxos (equações (3.10) e (3.11)) sejam satisfeitas.

As equações (3.22) e (3.23), obtidas na dedução do modelo, as quais são análogas às equações (4.11) e (4.12) do capítulo anterior, permitem a determinação dos A_i s e B_j s para valores fixos dos parâmetros β e λ . Elas constituem um sistema de equações não lineares e sua solução pode ser obtida por um método iterativo numérico devido a Furness (ver secção 2.2.3).

É importante observar que o método de Furness é convergente e que nos testes de calibração com dados simulados esta convergência foi obtida rapidamente.

Pode-se descrever da seguinte forma o procedimento de calibração adotado:

Passo 1 - Atribui-se a todos os A_i s o valor 1.

Passo 2 - Usando estes valores para os A_i s, determinam-se os B_j s através das equações (3.23).

Passo 3 - A partir dos valores encontrados para os B_j s, determinam-se novos valores para os A_i s através das equações (3.22).

Passo 4 - Verifica-se se as equações (3.11) são satisfeitas. Em caso negativo, repete-se o processo a partir do passo 2. Em caso positivo, o processo iterativo é concluído e os valores dos A_i s e B_j s são os fatores de balanceamento procurados.

É importante observar que as equações (3.22) garantem que os A_i s são encontrados de tal forma que as equações (3.10) sejam satisfeitas. Analogamente, as equações (3.23) garantem que os B_j s são determinados de forma que sejam satisfeitas as equações (3.11). Portanto, devem ser usadas as equações (3.10) se o critério de parada for inserido após o passo 2 e as equações (3.11) se ele for inserido após o passo 3.

Observa-se, também, que foi adotado o seguinte critério para testar se as equações (3.11) são satisfeitas:

Para cada j , $j = 1, 2, \dots, n$, definiu-se

$$E_j = \left| D_j - \sum_i T_{ij} \right|.$$

Sendo $E = \sum_j E_j = \sum_j \left| D_j - \sum_i T_{ij} \right|$, as equações (3.11) são consideradas satisfeitas quando o valor de E é menor que um $\epsilon > 0$, pré-especificado.

5.3 - Calibração dos Parâmetros de Impedância.

No capítulo anterior, através do princípio da máxima verossimilhança, foram obtidas as seguintes equações, que são repetidas aqui por conveniência.

$$\sum_{ij} p_{ij}^* w_{ij} = \sum_{ij} p_{ij} w_{ij} \quad (5.1)$$

e

$$\sum_{ij} p_{ij}^* c_{ij} = \sum_{ij} p_{ij} c_{ij}, \quad (5.2)$$

$$\text{onde } p_{ij}^* = \frac{T_{ij}^*}{T^*} \quad \text{e} \quad p_{ij} = \frac{T_{ij}}{T} .$$

É importante observar que a equação (5.2) é normalmente usada na calibração do parâmetro de impedância β , nos modelos gravitacionais (ver Hyman [37] e Williams [77]). Além disso, num trabalho recente, Sen e Matuszewski [61], concluíram que as estimativas dos parâmetros dos modelos gravitacionais, obtidas pela máxima verossimilhança, são dignas de confiança. Justifica-se, assim, a escolha das equações (5.1) e (5.2) como critérios para a calibração dos parâmetros β e λ do novo modelo.

Denotando por \bar{c} o custo médio observado e \bar{W} o número médio de oportunidades intervenientes observadas por viagem, define-se a função

$$F(\beta, \lambda) = \left(\bar{c} - \sum_{ij} \frac{T_{ij}}{T} c_{ij} \right)^2 + \left(\bar{W} - \sum_{ij} \frac{T_{ij}}{T} w_{ij} \right)^2. \quad (5.3)$$

Tem-se que $F(\beta, \lambda) \geq 0$, $\forall \beta, \lambda$. Além disso, se $F(\beta, \lambda) = 0$, as equações (5.1) e (5.2) são satisfeitas. Assim, para obter os valores de β e λ de forma que as equações (5.1) e (5.2) sejam satisfeitas, deve-se minimizar a função $F(\beta, \lambda)$ e o valor mínimo encontrado deve ser suficientemente próximo de zero.

Como $F(\beta, \lambda)$ é não linear, necessita-se de um método de programação não linear. O método adotado é o de Hooke e Jeeves de passos discretos, que é descrito a seguir:

Seja $F = F(X)$, onde X é um vetor do espaço n -dimensional. O método de Hooke e Jeeves consiste numa busca exploratória ao longo das direções coordenadas e de um passo de aceleração ao longo da direção $(X_{k+1} - X_k)$, onde X_k e X_{k+1} são os pontos obtidos na k -ésima e $(k+1)$ -ésima iterações, respectivamente. Isso é ilustrado na figura 5.1.

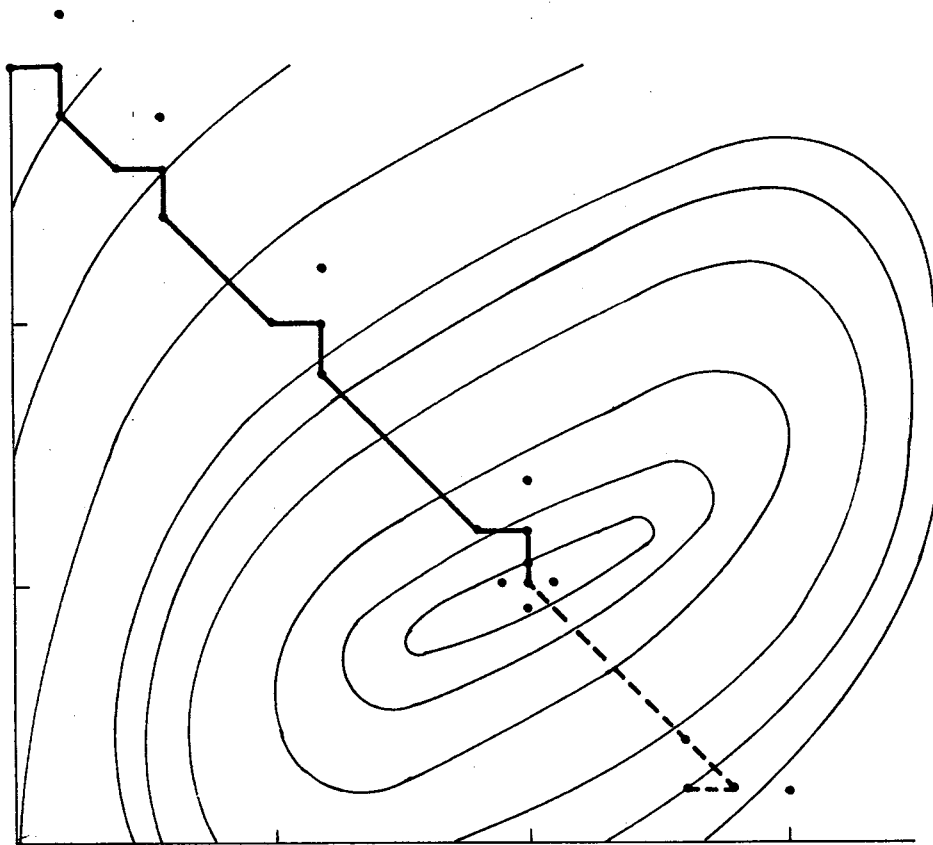


Fig. 5.1 - Ilustração do método de Hooke e Jeeves

$$(F(X) = (x_1 - 2)^2 + (x_1 - 2x_2)^2; X_1 = (0, 3)).$$

Fonte: Bazaraa [6].

O método pode ser resumido nos seguintes passos:

Passo Inicial - Sejam D_1, D_2, \dots, D_n as direções coordenadas. Escolhe-se um escalar $\epsilon > 0$ para ser usado na terminação do algoritmo. Além disso, escolhem-se um passo inicial $\Delta \geq \epsilon$, um fator de aceleração $\alpha > 0$ e um ponto inicial X_1 . Sejam $Y_1 = X_1$ e $k=j=1$. Daqui, vai-se para o passo 1.

Passo 1 - Se $F(Y_j + \Delta D_j) < F(Y_j)$, a tentativa é um sucesso; faz-se

$Y_{j+1} = Y_j + \Delta D_j$, e vai-se para o passo 2.

Se $F(Y_j + \Delta D_j) \geq F(Y_j)$, a tentativa é um fracasso. Neste caso:

- se $F(Y_j - \Delta D_j) < F(Y_j)$, faz-se $Y_{j+1} = Y_j - \Delta D_j$ e vai-se para o passo 2.
- se $F(Y_j - \Delta D_j) \geq F(Y_j)$, faz-se $Y_{j+1} = Y_j$ e vai-se para o passo 2.

Passo 2 - Se $j < n$, substitui-se j por $j + 1$ e vai-se para o passo 1. Caso contrário:

- se $F(Y_{n+1}) < F(X_k)$, vai-se para o passo 3;
- se $F(Y_{n+1}) \geq F(X_k)$, vai-se para o passo 4.

Passo 3 - Sejam $X_{k+1} = Y_{n+1}$ e $Y_1 = X_{k+1} + \alpha (X_{k+1} - X_k)$. Substitui-se k por $k+1$, faz-se $j=1$ e vai-se para o passo 1.

Passo 4 - Se $\Delta \leq \varepsilon$, o processo iterativo é concluído e X_k é a solução. Em caso contrário, substitui-se Δ por $\Delta/2$; Faz-se $Y_1 = X_k$, $X_{k+1} = X_k$; substitui-se k por $k+1$; faz-se $j=1$ e vai-se para o passo 1.

Pode-se ver que os passos 1 e 2 descrevem uma busca exploratória ao longo das direções coordenadas. O passo 3 é um passo de aceleração ao longo da direção $X_{k+1} - X_k$. A decisão de aceitar ou não o passo de aceleração só é feita depois que uma nova busca exploratória é efetuada.

É importante observar que, inicialmente, nas tentativas de calibração do modelo com dados simulados, ao invés da função (5.3), foi usada a função

$$F_1(\beta, \lambda) = \left| \bar{c} - \sum_{ij} \frac{T_{ij}}{T} c_{ij} \right| + \left| \bar{w} - \sum_{ij} \frac{T_{ij}}{T} w_{ij} \right|.$$

Como para alguns conjuntos de dados simulados a convergência foi muito demorada, passou-se a utilizar, com sucesso, a função F definida em (5.3).

Observa-se, ainda, que o procedimento descrito acima foi adaptado, fazendo-se com que o passo de aceleração seja aceito ou rejeitado imediatamente. Isso melhorou o tempo gasto na obtenção da convergência.

5.4 - Descrição do Procedimento Completo de Calibração.

O procedimento completo de calibração consiste na aplicação do Método de Hooke e Jeeves, descrito na secção anterior, para minimizar a função $F(\beta, \lambda)$ dada pela equação (5.3). Observando esta função, vê-se que para determinar $F(\beta, \lambda)$ são necessários os valores dos T_{ij} obtidos através da equação 3.21. Assim, para cada novo valor de $X = (\beta, \lambda)$, usado no procedimento de Hooke e Jeeves, é necessário o procedimento iterativo completo de determinação dos A_i s e B_j s.

Na figura 5.2 é mostrado o fluxograma do Método de Hooke e Jeeves. Na figura 5.3 é ilustrado o procedimento iterativo que é desencadeado para cada novo ponto testado durante a execução do referido método.

Observa-se que para os diversos conjuntos de dados simulados, utilizados na fase experimental de calibração do modelo, a convergência sempre foi obtida. Além disso, ela ocorreu num tempo razoável, para vários níveis de precisão testados. Dessa forma, conclui-se que a operacionalização da calibração do novo modelo foi alcançada com pleno sucesso.

Após a demonstração da robustez teórica e comprovação da operacionalidade do novo modelo gravitacional - de oportunidades, é importante, agora, desenvolver uma aplicação prática do mesmo e analisar seu desempenho. Isso será abordado nos dois capítulos seguintes.

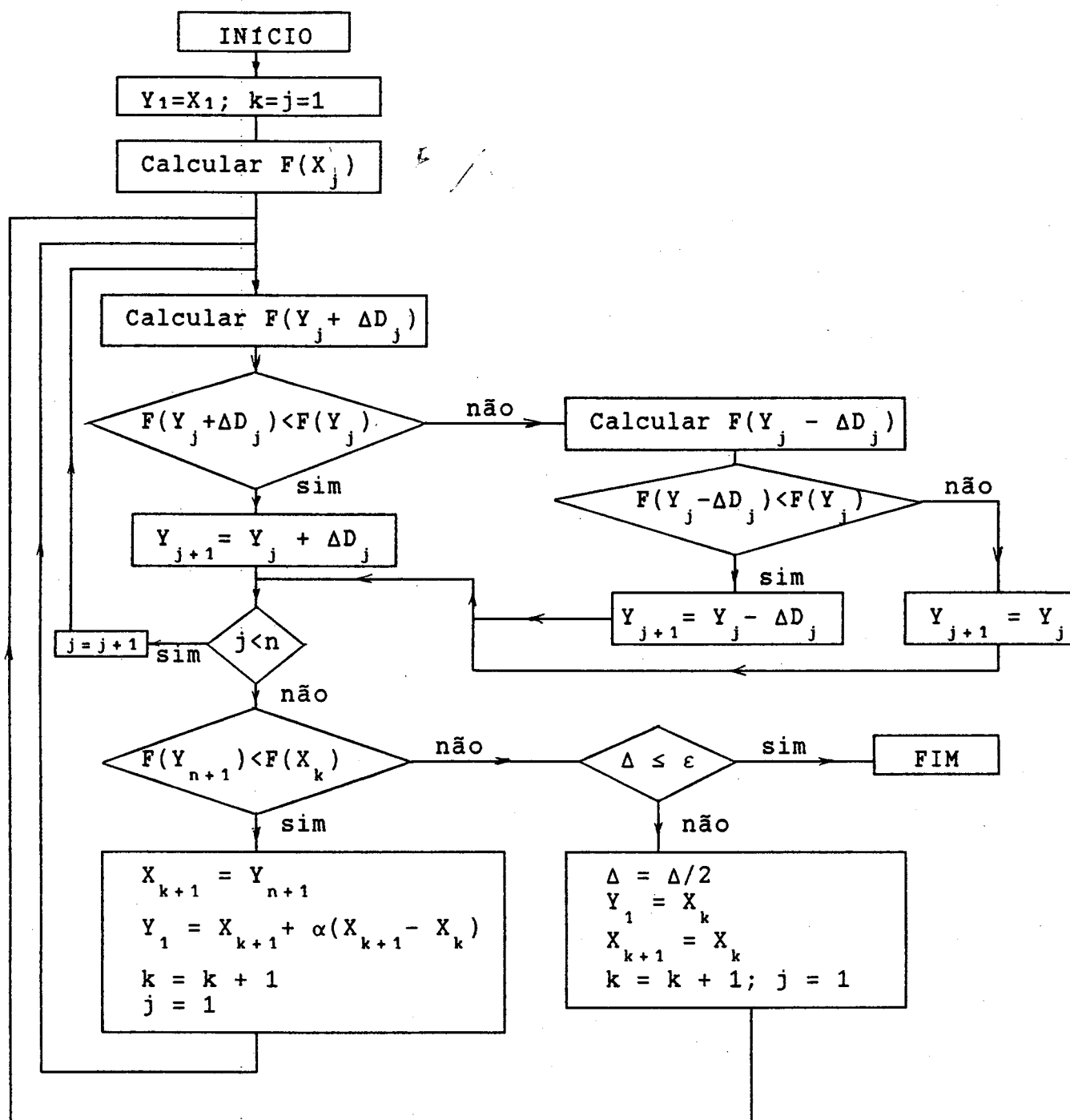


Fig. 5.2 - Fluxograma do Método de Hooke e Jeeves de Passos Discretos.

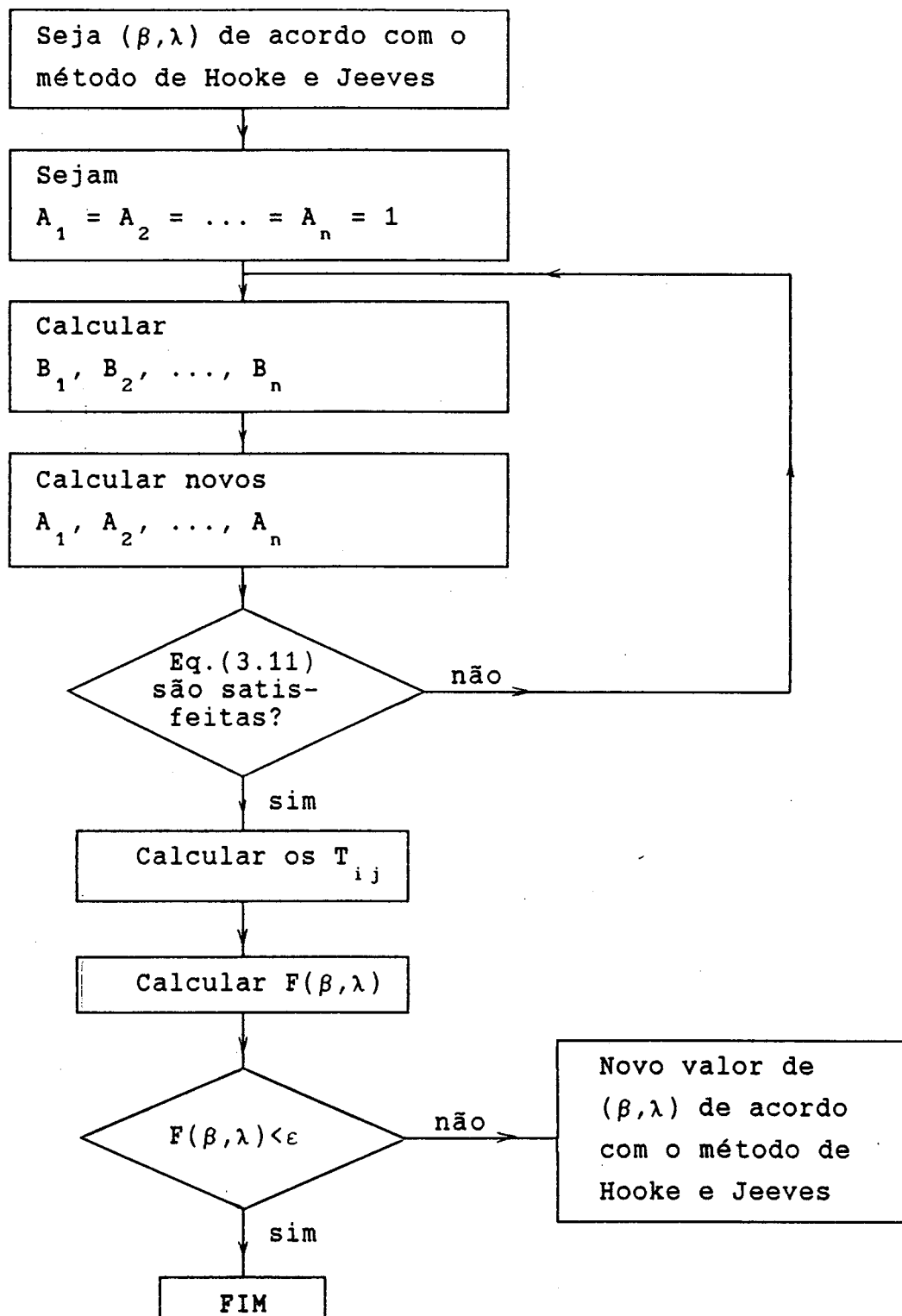


Fig. 5.3 - Procedimento iterativo desencadeado a cada novo ponto testado durante a execução do método de Hooke e Jeeves.

Capítulo VI - TESTE DO MODELO PROPOSTO: DESENVOLVIMENTO DE UMA APLICAÇÃO PRÁTICA

6.1 - Introdução.

De forma geral, para desenvolver uma aplicação prática do modelo gravitacional - de oportunidades proposto, as seguintes etapas devem ser vencidas:

- 1 - Fazer a escolha da área de estudo.
- 2 - Definir o zoneamento da área.
- 3 - Estabelecer o intervalo de tempo a ser considerado para fins de análise.
- 4 - Definir a forma de medir o custo de viagem.
- 5 - Definir a forma de medir o número de oportunidades intervenientes.
- 6 - Obter os dados necessários.
- 7 - Implementar computacionalmente.

Observa-se que estas etapas não são independentes. Ao contrário, necessariamente deve haver um feed-back entre as seis primeiras etapas, pois tanto a escolha da área de estudo como, por exemplo, a definição da forma de medir o número de oportunidades intervenientes, dependem da possibilidade de obtenção de dados. Por outro lado, a coleta de dados adequados depende da escolha da área de estudo bem como de outras decisões que devem ser tomadas previamente.

Neste capítulo descreve-se uma aplicação prática do modelo proposto, para estimar fluxos intermunicipais de passageiros por transporte público, numa área de estudo situada no Estado de Santa Catarina. No decorrer do capítulo, serão descritas as atividades desenvolvidas para vencer as diversas etapas listadas.

6.2 - Escolha e Zoneamento da Área de Estudo.

A escolha da área para testar o novo modelo, teve como critério central a disponibilidade de dados. Utiliza-se uma matriz observada

de viagens intermunicipais de passageiros e uma matriz de tempos de viagem, que foram tabuladas e usadas por Ulysséa Neto em sua Tese de Doutorado [73]. Essas matrizes foram obtidas de dados coletados pelo DETER (Departamento de Transportes e Terminais) e 16^o DRF/DNER (Departamento Nacional de Estradas de Rodagem) no ano de 1985.

A área de estudo é composta por 82 municípios e abrange, em sua maior parte, o sudeste de Santa Catarina, como mostra a figura 6.1. Os municípios que a compõem são listados na tabela 6.1.



Fig. 6.1 - Localização da Área de Estudo.

Fonte: Ulysséa Neto [73].

Tabela 6.1 - Municípios que compõem a área de estudo (em ordem alfabética).

01 - Agrolândia	02 - Agronômica
03 - Águas Mornas	04 - Alfredo Wagner
05 - Angelina	06 - Anitápolis
07 - Antônio Carlos	08 - Araranguá
09 - Armazém	10 - Atalanta
11 - Aurora	12 - Biguaçu
13 - Bom Jardim da Serra	14 - Bom Retiro
15 - Botuverá	16 - Braço do Norte
17 - Brusque	18 - Canelinha
19 - Criciúma	20 - Dona Emma
21 - Florianópolis	22 - Garopaba
23 - Governador Celso Ramos	24 - Grão Pará
25 - Gravatal	26 - Guabiruba
27 - Ibirama	28 - Içara
29 - Imaruí	30 - Ibituba
31 - Imbuia	32 - Ituporanga
33 - Jacinto Machado	34 - Jaguaruna
35 - Laguna	36 - Laurentino
37 - Lauro Muller	38 - Leoberto Leal
39 - Lontras	40 - Major Gercino
41 - Maracajá	42 - Meleiro
43 - Morro da Fumaça	44 - Nova Trento
45 - Nova Veneza	46 - Orleães
47 - Palhoça	48 - Paulo Lopes
49 - Pedras Grandes	50 - Petrolândia
51 - Pouso Redondo	52 - Praia Grande
53 - Presidente Getúlio	54 - Presidente Nereu
55 - Rancho Queimado	56 - Rio do Campo
57 - Rio do Oeste	58 - Rio do Sul
59 - Rio Fortuna	60 - Salete
61 - Santa Rosa de Lima	62 - Santo Amaro da Imperatriz
63 - São Bonifácio	64 - São João Batista
65 - São João do Sul	66 - São Joaquim
67 - São José	68 - São Ludgero

Tabela 6.1 - Municípios que compõem a área de estudo.
(continuação)

69 - São Martinho	70 - Siderópolis
71 - Sombrio	72 - Taió
73 - Tijucas	74 - Timbé do Sul
75 - Treze de Maio	76 - Trombudo Central
77 - Tubarão	78 - Turvo
79 - Urubici	80 - Urussanga
81 - Vidal Ramos	82 - Witmarsun

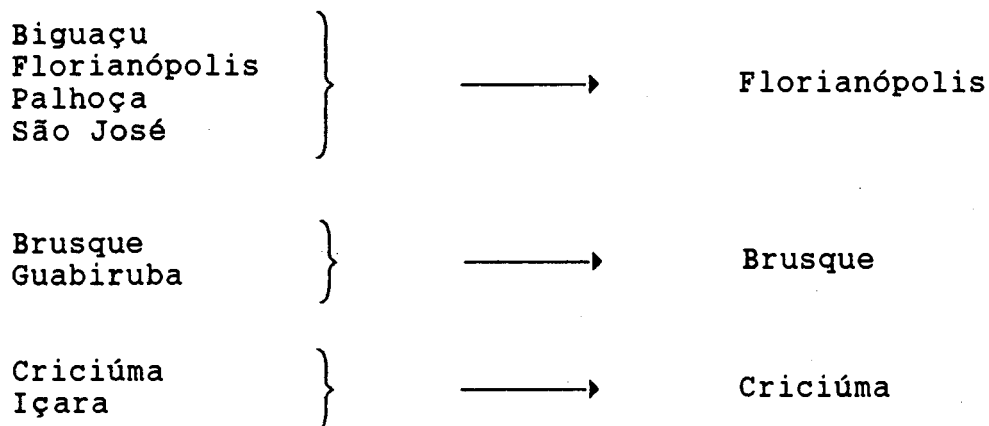
O zoneamento da área de estudo foi feito, inicialmente, considerando-se cada município como uma zona de tráfego. Esse critério para definir o zoneamento da área justifica-se porque o IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística) e outros órgãos, usam o município como unidade espacial para propósitos de coleta de dados demográficos e sócio-econômicos. Por sua vez, dados sócio-econômicos são necessários para definir o número de oportunidades intervenientes.

É importante observar que a matriz de fluxos observada refere-se a movimentos intermunicipais de passageiros feitos por ônibus e que na área de estudo, esse é o único modo de transporte público intermunicipal disponível. Assim, na aplicação do modelo, não há necessidade de levar-se em conta a competição entre modos alternativos de transporte público.

Observa-se, também, que alguns municípios da área de estudo agrupam-se em aglomerados urbanos e que, neste caso, o fluxo entre eles é caracterizado principalmente por viagens diárias para o trabalho. Como essas viagens têm características urbanas, que diferem das demais viagens intermunicipais, decidiu-se unir os municípios que formam aglomerados urbanos em uma única zona de tráfego. As seguintes aglomerações foram feitas:

Municípios

Zonas de Tráfego



Dessa forma, a área de estudo passou a ser constituída por 77 zonas de tráfego. Cada zona tem a mesma denominação do maior município entre os que a compõem. Além disso, o centro desse município representa o centróide da zona.

6.3 - Hierarquização das Zonas de acordo com a Teoria do Lugar Central e Método de Palomaki.

A seguinte hipótese sobre os fluxos intermunicipais de passageiros foi feita:

"Um grande número de viagens são motivadas pela necessidade dos habitantes que moram em centros 'menores' buscarem bens ou serviços em centros 'maiores'."

Essa hipótese será utilizada na secção 6.5.2, para auxiliar na definição das oportunidades intervenientes e originou a necessidade da hierarquização das zonas que compõem a área de estudo de acordo com alguma teoria de hierarquização urbana.

O sistema hierárquico urbano na área de estudo foi analisado por Peluso Junior et alii [53], através da Teoria do Lugar Central de Christaller (ver, p.ex., Corrêa [14]). Em seu trabalho, Peluso

Junior et alii adotaram o método de Palomaki. De acordo com este método, o nível hierárquico de uma cidade é dado basicamente pelo tipo e número de serviços (funções centrais) que ela apresenta. Não são levados em consideração a intensidade ou qualidade associados com estes serviços (Ver Ulysséa Neto [73]).

A figura 6.2 mostra a área de estudo e os diversos níveis hierárquicos dos municípios que a compõem, como determinado pelo estudo de Peluso Júnior et alii.

O estudo de Peluso Júnior et alii foi usado para codificar, em ordem hierárquica crescente, as zonas que compõem a área de estudo. Para isso, os seguintes critérios foram adotados:

- 1 - Os números de código variam de 1 a 77.
- 2 - Recebe código menor a zona de nível hierárquico menor.
- 3 - Se duas zonas tem o mesmo nível hierárquico, recebe código menor a que tem menor número de funções centrais.
- 4 - Se duas zonas tem o mesmo número de funções centrais, recebe código menor a que tem população menor.

A codificação das 77 zonas que compõem a área de estudo, de acordo com os critérios de hierarquização expostos, é apresentada na tabela 6.2. Nesta tabela é apresentado também o nível hierárquico de cada zona. A figura 6.3 ilustra a localização das zonas na área de estudo.

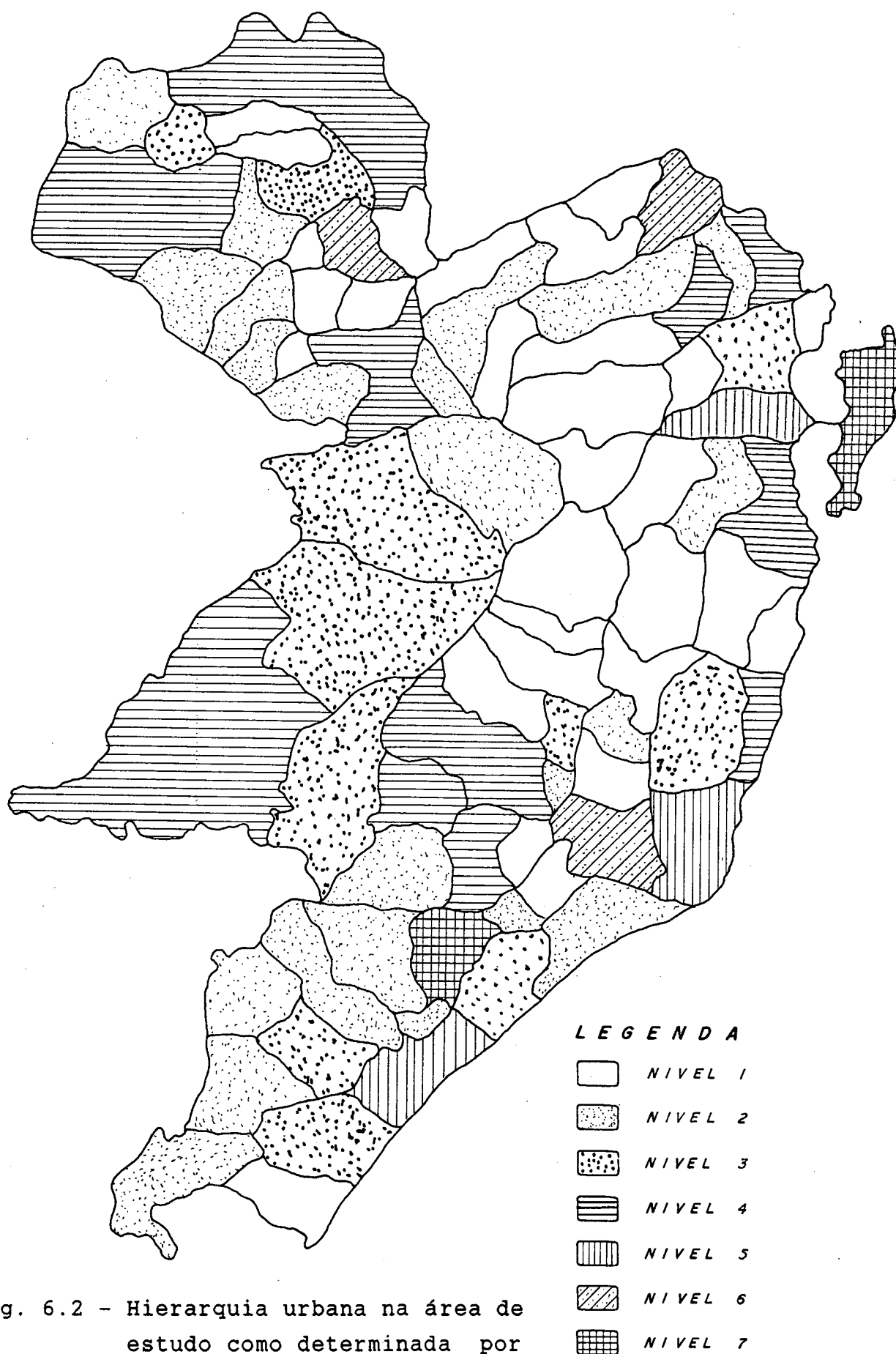


Fig. 6.2 - Hierarquia urbana na área de estudo como determinada por Peluso Júnior et alii [53].

Tabela 6.2 - Lista das zonas que compõem a área de estudo, codificadas em ordem crescente de hierarquia, com seu nível hierárquico (NH) de acordo com o estudo de Peluso Júnior et alii. [53].

NH	Código	Nome
0	01	Santa Rosa de Lima
0	02	Paulo Lopes
0	03	Águas Mornas
0	04	Rancho Queimado
1	05	Atalanta
1	06	Presidente Nereu
1	07	Antônio Carlos
1	08	Major Gercino
1	09	Governador Celso Ramos
1	10	Leoberto Leal
1	11	Rio Fortuna
1	12	Laurentino
1	13	Garopaba
1	14	Agronômica
1	15	Anitápolis
1	16	São Bonifácio
1	17	Angelina
1	18	Pedras Grandes
1	19	Treze de Maio
1	20	Witmarsum
1	21	Aurora
1	22	São João do Sul
1	23	Gravatal
1	24	Grão Pará
1	25	Lontras
1	26	São Martinho
1	27	Botuverá
1	28	Dona Emma
2	29	Nova Veneza
2	30	Imbuia
2	31	Agrolândia
2	32	Nova Trento
2	33	Petrolândia
2	34	Vidal Ramos
2	35	Timbé do Sul
2	36	Armazém
2	37	São Ludgero
2	38	Maracajá
2	39	Jacinto Machado
2	40	Canelinha
2	41	Santo Amaro
2	42	Rio do Campo
2	43	Praia Grande
2	44	Trombudo Central

Tabela 6.2 - Lista das zonas que compõem a área de estudo, codificadas em ordem crescente de hierarquia, com seu nível hierárquico (NH) de acordo com o estudo de Peluso Júnior et alii. [53] (Continuação).

NH	Código	Nome
2	45	Pouso Redondo
2	46	Siderópolis
2	47	Jaguaruna
2	48	Rio do Oeste
2	49	Meleiro
2	50	Alfredo Wagner
2	51	Morro da Fumaça
3	52	Bom Jardim da Serra
3	53	Salete
3	54	Bom Retiro
3	55	Imarui
3	56	Turvo
3	57	Urubici
3	58	Braço do Norte
3	59	Presidente Getúlio
3	60	Sombrio
4	61	São João Batista
4	62	Lauro Muller
4	63	Tijucas
4	64	Orleães
4	65	Taió
4	66	Ibirama
4	67	Imbituba
4	68	Ituporanga
4	69	Urussanga
4	70	São Joaquim
5	71	Laguna
5	72	Araranguá
6	73	Rio do Sul
6	74	Brusque
6	75	Tubarão
7	76	Criciúma
7	77	Florianópolis

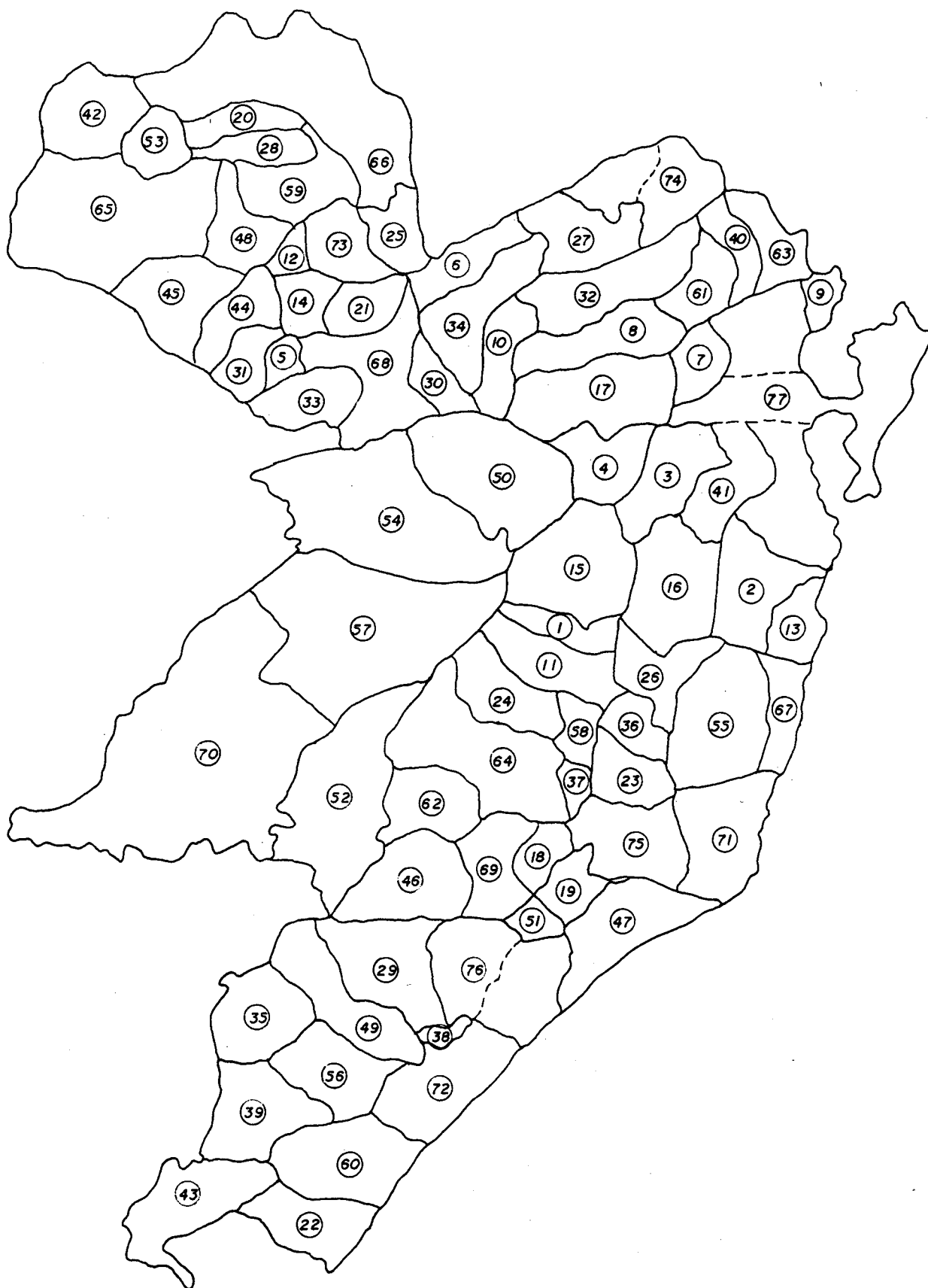


Fig. 6.3 - Mapa da área de estudo, com suas 77 zonas de tráfego. O número associado com cada zona é o número de código adotado.

6.4 - Levantamento de Dados.

6.4.1 - Dados dos fluxos intermunicipais de passageiros por transporte público.

Os seguintes dados sobre os fluxos intermunicipais de passageiros são especificados:

- i) Totais de viagens geradas e atraídas pelas zonas;
- ii) fluxos entre as zonas que são diretamente ligadas por linha de ônibus; e
- iii) tempo de viagem entre as zonas que são diretamente ligadas por linha de ônibus.

Esses dados referem-se ao período de um ano (1985) e englobam os movimentos ditos sazonais.

Como não são consideradas viagens migratórias, foi assumido que o total de viagens originadas e destinadas a cada zona é o mesmo. Na Tabela 6.3 são apresentados os totais marginais correspondentes a cada zona de tráfego, obtidos através dos 'tickets' dos passageiros.

Os fluxos foram obtidos apenas para as zonas diretamente ligadas por linhas de ônibus. Na tabela 6.4 apresentam-se o tempo de viagem, em minutos, e o fluxo observado, entre as zonas diretamente ligadas por linhas de ônibus.

Observa-se que os fluxos observados são considerados simétricos.

A figura 6.4 ilustra a rede de ônibus na área de estudo. Os nós do grafo representam os centróides das zonas e o número associado a cada link representa o tempo de viagem, em minutos, entre os nós conectados. Observa-se que são representados nove nós adicionais, localizados fora da área de estudo. Esses nós serão utilizados para obter alguns dos caminhos mínimos, como será visto na secção 6.5.1.

Tabela 6.3 - Totais marginais obtidos através dos tickets dos passageiros ($O(i)$ = número de viagens originadas e $D(j)$ = número de viagens atraídas).

$O(1) = D(1) =$	5854	$O(2) = D(2) =$	71430
$O(3) = D(3) =$	91065	$O(4) = D(4) =$	26579
$O(5) = D(5) =$	26310	$O(6) = D(6) =$	12541
$O(7) = D(7) =$	66914	$O(8) = D(8) =$	28973
$O(9) = D(9) =$	81572	$O(10) = D(10) =$	4985
$O(11) = D(11) =$	19757	$O(12) = D(12) =$	46311
$O(13) = D(13) =$	58510	$O(14) = D(14) =$	101969
$O(15) = D(15) =$	8862	$O(16) = D(16) =$	9204
$O(17) = D(17) =$	21172	$O(18) = D(18) =$	64390
$O(19) = D(19) =$	47735	$O(20) = D(20) =$	4817
$O(21) = D(21) =$	38980	$O(22) = D(22) =$	49366
$O(23) = D(23) =$	197016	$O(24) = D(24) =$	22886
$O(25) = D(25) =$	175520	$O(26) = D(26) =$	10747
$O(27) = D(27) =$	17614	$O(28) = D(28) =$	7847
$O(29) = D(29) =$	126150	$O(30) = D(30) =$	9948
$O(31) = D(31) =$	35388	$O(32) = D(32) =$	88677
$O(33) = D(33) =$	19146	$O(34) = D(34) =$	21736
$O(35) = D(35) =$	35390	$O(36) = D(36) =$	54691
$O(37) = D(37) =$	43742	$O(38) = D(38) =$	66030
$O(39) = D(39) =$	73270	$O(40) = D(40) =$	158017
$O(41) = D(41) =$	265172	$O(42) = D(42) =$	23728
$O(43) = D(43) =$	33949	$O(44) = D(44) =$	119400
$O(45) = D(45) =$	96238	$O(46) = D(46) =$	236166
$O(47) = D(47) =$	168348	$O(48) = D(48) =$	46342
$O(49) = D(49) =$	62868	$O(50) = D(50) =$	62277
$O(51) = D(51) =$	96821	$O(52) = D(52) =$	11380
$O(53) = D(53) =$	21245	$O(54) = D(54) =$	22328
$O(55) = D(55) =$	113713	$O(56) = D(56) =$	107793
$O(57) = D(57) =$	22533	$O(58) = D(58) =$	131499
$O(59) = D(59) =$	60136	$O(60) = D(60) =$	172908
$O(61) = D(61) =$	162652	$O(62) = D(62) =$	108991
$O(63) = D(63) =$	221068	$O(64) = D(64) =$	117478
$O(65) = D(65) =$	105965	$O(66) = D(66) =$	66243
$O(67) = D(67) =$	272407	$O(68) = D(68) =$	115790
$O(69) = D(69) =$	272452	$O(70) = D(70) =$	28933
$O(71) = D(71) =$	490211	$O(72) = D(72) =$	498666
$O(73) = D(73) =$	612916	$O(74) = D(74) =$	108194
$O(75) = D(75) =$	1045232	$O(76) = D(76) =$	1210027
$O(77) = D(77) =$	1047384		

Tabela 6.4 - Tempos médios de viagem, $c(i,j)$, e fluxos observados, $T(i,j)$, entre as zonas diretamente ligadas por linha de ônibus, durante o ano de 1985.

$c(1,3)=151$	$T(1,3)=12$	$c(1,4)=102$	$T(1,4)=32$
$c(1,11)=60$	$T(1,11)=3098$	$c(1,15)=58$	$T(1,15)=2030$
$c(1,41)=180$	$T(1,41)=70$	$c(1,77)=240$	$T(1,77)=612$
$c(2,13)=35$	$T(2,13)=6601$	$c(2,23)=92$	$T(2,23)=5$
$c(2,37)=122$	$T(2,37)=1$	$c(2,55)=42$	$T(2,55)=212$
$c(2,58)=112$	$T(2,58)=8$	$c(2,62)=162$	$T(2,62)=5$
$c(2,64)=142$	$T(2,64)=13$	$c(2,67)=22$	$T(2,67)=9534$
$c(2,71)=55$	$T(2,71)=930$	$c(2,75)=74$	$T(2,75)=1748$
$c(2,76)=150$	$T(2,76)=315$	$c(2,77)=74$	$T(2,77)=52058$
$c(3,4)=61$	$T(3,4)=4452$	$c(3,15)=116$	$T(3,15)=393$
$c(3,16)=71$	$T(3,16)=2013$	$c(3,26)=146$	$T(3,26)=28$
$c(3,41)=35$	$T(3,41)=44091$	$c(3,50)=155$	$T(3,50)=1739$
$c(3,54)=253$	$T(3,54)=200$	$c(3,57)=316$	$T(3,57)=63$
$c(3,68)=261$	$T(3,68)=165$	$c(3,70)=405$	$T(3,70)=7$
$c(3,73)=311$	$T(3,73)=176$	$c(3,77)=98$	$T(3,77)=37726$
$c(4,15)=67$	$T(4,15)=654$	$c(4,41)=91$	$T(4,41)=4826$
$c(4,50)=96$	$T(4,50)=5552$	$c(4,54)=199$	$T(4,54)=602$
$c(4,57)=252$	$T(4,57)=78$	$c(4,68)=200$	$T(4,68)=271$
$c(4,70)=340$	$T(4,70)=182$	$c(4,73)=250$	$T(4,73)=278$
$c(4,77)=148$	$T(4,77)=9652$	$c(5,14)=48$	$T(5,14)=2887$
$c(5,31)=31$	$T(5,31)=5414$	$c(5,44)=45$	$T(5,44)=2658$
$c(5,68)=34$	$T(5,68)=8473$	$c(5,73)=84$	$T(5,73)=6878$
$c(6,25)=53$	$T(6,25)=4698$	$c(6,34)=71$	$T(6,34)=1327$
$c(6,73)=87$	$T(6,73)=6516$	$c(7,77)=61$	$T(7,77)=66914$
$c(8,10)=95$	$T(8,10)=3617$	$c(8,17)=55$	$T(8,17)=711$
$c(8,32)=76$	$T(8,32)=1074$	$c(8,40)=32$	$T(8,40)=72$
$c(8,61)=29$	$T(8,61)=20699$	$c(8,63)=45$	$T(8,63)=836$
$c(8,74)=123$	$T(8,74)=1964$	$c(9,77)=106$	$T(9,77)=81572$
$c(10,17)=80$	$T(10,17)=584$	$c(10,50)=90$	$T(10,50)=615$
$c(10,77)=280$	$T(10,77)=169$	$c(11,15)=127$	$T(11,15)=967$
$c(11,58)=28$	$T(11,58)=15692$	$c(12,48)=35$	$T(12,48)=7810$
$c(12,63)=225$	$T(12,63)=17$	$c(12,65)=78$	$T(12,65)=647$
$c(12,73)=16$	$T(12,73)=37623$	$c(12,77)=285$	$T(12,77)=214$
$c(13,67)=30$	$T(13,67)=19448$	$c(13,71)=101$	$T(13,71)=627$
$c(13,75)=120$	$T(13,75)=3441$	$c(13,77)=127$	$T(13,77)=28393$
$c(14,31)=48$	$T(14,31)=744$	$c(14,44)=35$	$T(14,44)=12330$
$c(14,45)=57$	$T(14,45)=2174$	$c(14,65)=97$	$T(14,65)=843$
$c(14,73)=29$	$T(14,73)=82991$	$c(15,41)=145$	$T(15,41)=1600$
$c(15,58)=161$	$T(15,58)=55$	$c(15,77)=205$	$T(15,77)=3163$
$c(16,23)=129$	$T(16,23)=270$	$c(16,26)=63$	$T(16,26)=1217$
$c(16,36)=106$	$T(16,36)=256$	$c(16,41)=123$	$T(16,41)=1406$
$c(16,75)=155$	$T(16,75)=427$	$c(16,77)=186$	$T(16,77)=3615$
$c(17,32)=122$	$T(17,32)=61$	$c(17,61)=85$	$T(17,61)=615$
$c(17,74)=160$	$T(17,74)=1046$	$c(17,77)=199$	$T(17,77)=18155$
$c(18,37)=9$	$T(18,37)=129$	$c(18,62)=52$	$T(18,62)=5102$
$c(18,64)=31$	$T(18,64)=13705$	$c(18,69)=33$	$T(18,69)=8835$
$c(18,75)=24$	$T(18,75)=36619$	$c(19,47)=20$	$T(19,47)=7120$
$c(19,51)=37$	$T(19,51)=10249$	$c(19,69)=46$	$T(19,69)=801$
$c(19,75)=30$	$T(19,75)=26054$	$c(19,76)=62$	$T(19,76)=3511$
$c(20,28)=37$	$T(20,28)=785$	$c(20,59)=52$	$T(20,59)=4032$
$c(21,50)=103$	$T(21,50)=856$	$c(21,68)=41$	$T(21,68)=13663$

Tabela 6.4 - Tempos médios de viagem, $c(i,j)$, e fluxos observados, $T(i,j)$, entre as zonas diretamente ligadas por linha de ônibus, durante o ano de 1985 (continuação).

$c(21,73)= 35$	$T(21,73)= 24461$	$c(22,43)= 30$	$T(22,43)= 8273$
$c(22,60)= 40$	$T(22,60)= 35264$	$c(22,72)= 75$	$T(22,72)= 5829$
$c(23,26)= 61$	$T(23,26)= 1580$	$c(23,36)= 23$	$T(23,36)= 28140$
$c(23,58)= 21$	$T(23,58)= 16287$	$c(23,67)= 72$	$T(23,67)= 2$
$c(23,71)= 66$	$T(23,71)= 13405$	$c(23,75)= 28$	$T(23,75)= 136825$
$c(23,77)=155$	$T(23,77)= 502$	$c(24,37)= 52$	$T(24,37)= 816$
$c(24,58)= 41$	$T(24,58)= 19616$	$c(24,62)=107$	$T(24,62)= 335$
$c(24,64)= 75$	$T(24,64)= 1231$	$c(24,69)=111$	$T(24,69)= 294$
$c(24,76)=146$	$T(24,76)= 594$	$c(25,34)=125$	$T(25,34)= 1070$
$c(25,44)= 48$	$T(25,44)= 21$	$c(25,45)= 67$	$T(25,45)= 48$
$c(25,59)= 40$	$T(25,59)= 1555$	$c(25,66)= 20$	$T(25,66)= 10394$
$c(25,73)= 30$	$T(25,73)= 157734$	$c(26,36)= 38$	$T(26,36)= 4244$
$c(26,41)=200$	$T(26,41)= 22$	$c(26,75)= 87$	$T(26,75)= 3644$
$c(26,77)=247$	$T(26,77)= 12$	$c(27,34)=121$	$T(27,34)= 3953$
$c(27,74)= 56$	$T(27,74)= 13661$	$c(28,59)= 26$	$T(28,59)= 7062$
$c(29,49)= 33$	$T(29,49)= 1772$	$c(29,76)= 28$	$T(29,76)= 124378$
$c(30,68)= 63$	$T(30,68)= 6731$	$c(30,73)=140$	$T(30,73)= 3217$
$c(31,44)= 20$	$T(31,44)= 11466$	$c(31,68)= 85$	$T(31,68)= 374$
$c(31,73)= 67$	$T(31,73)= 17390$	$c(32,40)= 41$	$T(32,40)= 6496$
$c(32,61)= 40$	$T(32,61)= 34643$	$c(32,63)= 63$	$T(32,63)= 6675$
$c(32,74)= 44$	$T(32,74)= 29571$	$c(32,77)=122$	$T(32,77)= 10157$
$c(33,68)= 50$	$T(33,68)= 19146$	$c(34,68)= 41$	$T(34,68)= 9038$
$c(34,73)=158$	$T(34,73)= 1537$	$c(34,74)=175$	$T(34,74)= 4811$
$c(35,49)= 65$	$T(35,49)= 77$	$c(35,56)= 52$	$T(35,56)= 23582$
$c(35,72)=107$	$T(35,72)= 11731$	$c(36,75)= 49$	$T(36,75)= 22051$
$c(37,58)= 17$	$T(37,58)= 18222$	$c(37,62)= 52$	$T(37,62)= 863$
$c(37,64)= 22$	$T(37,64)= 8686$	$c(37,67)=102$	$T(37,67)= 86$
$c(37,69)= 70$	$T(37,69)= 837$	$c(37,75)= 31$	$T(37,75)= 12274$
$c(37,76)=105$	$T(37,76)= 1183$	$c(37,77)=185$	$T(37,77)= 645$
$c(38,39)= 55$	$T(38,39)= 12$	$c(38,60)= 60$	$T(38,60)= 137$
$c(38,72)= 22$	$T(38,72)= 42300$	$c(38,76)= 29$	$T(38,76)= 23581$
$c(39,43)= 46$	$T(39,43)= 10765$	$c(39,56)= 23$	$T(39,56)= 7638$
$c(39,60)= 41$	$T(39,60)= 23324$	$c(39,72)= 43$	$T(39,72)= 29001$
$c(39,76)= 68$	$T(39,76)= 2530$	$c(40,61)= 9$	$T(40,61)= 49067$
$c(40,63)= 30$	$T(40,63)= 76994$	$c(40,74)= 57$	$T(40,74)= 15893$
$c(40,77)= 78$	$T(40,77)= 9495$	$c(41,50)=188$	$T(41,50)= 1703$
$c(41,54)=291$	$T(41,54)= 250$	$c(41,57)=365$	$T(41,57)= 105$
$c(41,68)=285$	$T(41,68)= 225$	$c(41,70)=453$	$T(41,70)= 15$
$c(41,73)=335$	$T(41,73)= 107$	$c(41,77)= 66$	$T(41,77)= 210752$
$c(42,53)= 21$	$T(42,53)= 8309$	$c(42,65)= 72$	$T(42,65)= 15419$
$c(43,56)= 80$	$T(43,56)= 1265$	$c(43,60)= 70$	$T(43,60)= 5519$
$c(43,72)=104$	$T(43,72)= 8127$	$c(44,45)= 33$	$T(44,45)= 21678$
$c(44,65)= 90$	$T(44,65)= 2667$	$c(44,73)= 51$	$T(44,73)= 68580$
$c(45,65)= 57$	$T(45,65)= 27666$	$c(45,73)= 62$	$T(45,73)= 41174$
$c(45,77)=301$	$T(45,77)= 3498$	$c(46,62)= 38$	$T(46,62)= 4714$
$c(46,69)= 25$	$T(46,69)= 7370$	$c(46,76)= 27$	$T(46,76)= 224082$
$c(47,51)= 35$	$T(47,51)= 12735$	$c(47,67)= 82$	$T(47,67)= 2$
$c(47,69)= 63$	$T(47,69)= 1083$	$c(47,71)= 54$	$T(47,71)= 7664$
$c(47,75)= 38$	$T(47,75)= 83422$	$c(47,76)= 53$	$T(47,76)= 56147$
$c(47,77)=165$	$T(47,77)= 175$	$c(48,63)=235$	$T(48,63)= 17$
$c(48,65)= 41$	$T(48,65)= 5692$	$c(48,73)= 54$	$T(48,73)= 32688$

Tabela 6.4 - Tempos médios de viagem, $c(i,j)$, e fluxos observados, $T(i,j)$, entre as zonas diretamente ligadas por linha de ônibus, durante o ano de 1985 (Continuação).

$c(48,77)=295$	$T(48,77)=135$	$c(49,56)=34$	$T(49,56)=7566$
$c(49,72)=60$	$T(49,72)=30709$	$c(49,76)=44$	$T(49,76)=22744$
$c(50,54)=86$	$T(50,54)=11463$	$c(50,57)=152$	$T(50,57)=1712$
$c(50,68)=72$	$T(50,68)=16798$	$c(50,70)=243$	$T(50,70)=1367$
$c(50,73)=141$	$T(50,73)=7620$	$c(50,77)=242$	$T(50,77)=12852$
$c(51,69)=24$	$T(51,69)=9438$	$c(51,71)=82$	$T(51,71)=4392$
$c(51,75)=48$	$T(51,75)=7191$	$c(51,76)=25$	$T(51,76)=52816$
$c(52,62)=68$	$T(52,62)=3645$	$c(52,64)=106$	$T(52,64)=1214$
$c(52,69)=136$	$T(52,69)=597$	$c(52,70)=100$	$T(52,70)=4975$
$c(52,76)=166$	$T(52,76)=949$	$c(53,65)=39$	$T(53,65)=12936$
$c(54,57)=72$	$T(54,57)=3737$	$c(54,70)=172$	$T(54,70)=640$
$c(54,77)=343$	$T(54,77)=5436$	$c(55,67)=25$	$T(55,67)=40537$
$c(55,71)=42$	$T(55,71)=33367$	$c(55,75)=74$	$T(55,75)=30855$
$c(55,77)=95$	$T(55,77)=8742$	$c(56,72)=39$	$T(56,72)=57323$
$c(56,76)=71$	$T(56,76)=10419$	$c(57,70)=87$	$T(57,70)=11460$
$c(57,77)=410$	$T(57,77)=5378$	$c(58,62)=62$	$T(58,62)=2032$
$c(58,64)=33$	$T(58,64)=6198$	$c(58,67)=92$	$T(58,67)=66$
$c(58,69)=83$	$T(58,69)=1351$	$c(58,75)=53$	$T(58,75)=46646$
$c(58,76)=121$	$T(58,76)=2742$	$c(58,77)=175$	$T(58,77)=2584$
$c(59,66)=20$	$T(59,66)=38351$	$c(59,73)=55$	$T(59,73)=9136$
$c(60,72)=32$	$T(60,72)=99197$	$c(60,76)=96$	$T(60,76)=9467$
$c(61,63)=20$	$T(61,63)=29754$	$c(61,74)=86$	$T(61,74)=12804$
$c(61,77)=95$	$T(61,77)=15070$	$c(62,64)=31$	$T(62,64)=40421$
$c(62,67)=142$	$T(62,67)=101$	$c(62,69)=66$	$T(62,69)=21364$
$c(62,70)=169$	$T(62,70)=2410$	$c(62,71)=115$	$T(62,71)=30$
$c(62,75)=77$	$T(62,75)=12512$	$c(62,76)=107$	$T(62,76)=13087$
$c(62,77)=225$	$T(62,77)=2370$	$c(63,65)=295$	$T(63,65)=31$
$c(63,66)=150$	$T(63,66)=523$	$c(63,73)=211$	$T(63,73)=497$
$c(63,74)=87$	$T(63,74)=5454$	$c(63,77)=61$	$T(63,77)=100270$
$c(64,67)=122$	$T(64,67)=41$	$c(64,69)=50$	$T(64,69)=11794$
$c(64,70)=207$	$T(64,70)=838$	$c(64,71)=95$	$T(64,71)=30$
$c(64,75)=55$	$T(64,75)=19269$	$c(64,76)=80$	$T(64,76)=11680$
$c(64,77)=205$	$T(64,77)=2358$	$c(65,73)=110$	$T(65,73)=39510$
$c(65,77)=355$	$T(65,77)=554$	$c(66,73)=38$	$T(66,73)=14819$
$c(66,77)=210$	$T(66,77)=2156$	$c(67,71)=44$	$T(67,71)=88460$
$c(67,72)=165$	$T(67,72)=180$	$c(67,75)=73$	$T(67,75)=46014$
$c(67,76)=122$	$T(67,76)=8944$	$c(67,77)=84$	$T(67,77)=58992$
$c(68,73)=75$	$T(68,73)=38410$	$c(68,77)=345$	$T(68,77)=2496$
$c(69,70)=237$	$T(69,70)=910$	$c(69,75)=80$	$T(69,75)=3826$
$c(69,76)=37$	$T(69,76)=203952$	$c(70,76)=267$	$T(70,76)=1522$
$c(70,77)=498$	$T(70,77)=4607$	$c(71,72)=130$	$T(71,72)=1471$
$c(71,75)=29$	$T(71,75)=248003$	$c(71,76)=105$	$T(71,76)=41110$
$c(71,77)=113$	$T(71,77)=50722$	$c(72,75)=112$	$T(72,75)=19677$
$c(72,76)=50$	$T(72,76)=183337$	$c(72,77)=240$	$T(72,77)=9784$
$c(73,77)=278$	$T(73,77)=21574$	$c(74,77)=140$	$T(74,77)=22990$
$c(75,76)=68$	$T(75,76)=157418$	$c(75,77)=130$	$T(75,77)=127316$
$c(76,77)=196$	$T(76,77)=53519$		

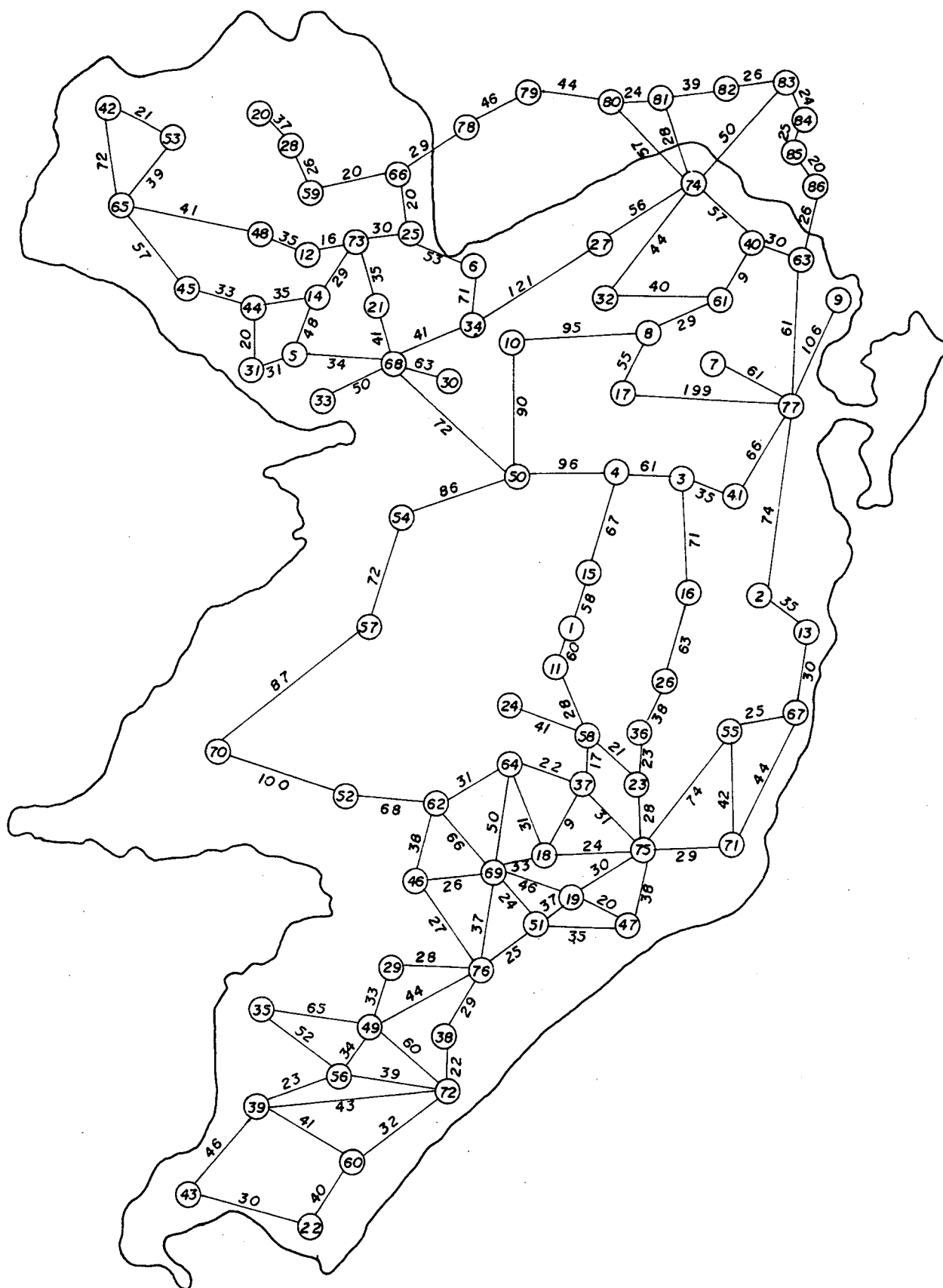


Fig. 6.4 - Representação das conexões diretas da rede de ônibus entre zonas adjacentes em 1985.

6.4.2 - Dados demográficos e sócio-econômicos dos municípios.

Dados demográficos e sócio-econômicos dos municípios são necessários para definir o número de oportunidades existentes em cada zona de tráfego. Considerando que os fluxos observados são agregados, as variáveis que serão usadas para definir o número de oportunidades intervenientes devem refletir os principais propósitos de viagem.

Assumiu-se que os propósitos de viagem mais significantes são:

- 1) Compras e negócios.
- 2) Saúde.
- 3) Educação.

Buscou-se, então, selecionar dados relacionados com esses propósitos. Os documentos [23], [24], [25], [27] e [28] foram analisados para identificar as variáveis a serem utilizadas e desta análise resultou a escolha das seguintes variáveis:

P = População total em 1980. Fonte: [23].

C1 = Número de estabelecimentos de comércio atacadista em 1980.
Fonte: [24].

C2 = Número de estabelecimentos de comércio varejista em 1980.
Fonte: [24].

C3 = Número de estabelecimentos de serviço em 1980. Fonte: [25].

E = Número de professores de segundo grau em 1985. Fonte:[28].

S = Número de leitos hospitalares em 1985. Fonte: [28].

Observa-se que além dessas, outras variáveis foram selecionadas inicialmente. Entre elas citam-se o número de consumidores de energia elétrica, da classe comercial, em 1985; o número de matrículas no segundo grau em 1985; e o número de estabelecimentos comerciais em 1985. A escolha das variáveis a serem utilizadas foi feita através de uma análise do conjunto de dados disponíveis. Por exemplo, quanto aos dados de comércio, preferiu-se utilizar os dados de 1980, fornecidos pelo IBGE, porque uma rápida análise do conjunto desses dados para o ano de 1985 mostrou algumas inconsistências.

Na tabela 6.5 é apresentada a tabulação das variáveis selecionadas para as 77 zonas de tráfego. Observa-se que para as

zonas onde houve agregação de municípios, os valores tabulados correspondem à agregação feita.

Tabela 6.5 - Dados demográficos e sócio-econômicos das 77 zonas que compõem a área de estudo.

Zona	P	C1	C2	C3	E	S
01	1708	0	9	1	0	0
02	5491	0	53	18	10	0
03	4623	0	20	10	10	0
04	2515	0	23	7	12	0
05	3490	2	13	19	8	0
06	318	0	9	24	0	0
07	5417	1	25	12	11	0
08	3846	1	28	8	0	0
09	7812	0	77	9	11	0
10	4238	0	26	8	0	0
11	3969	0	12	11	19	36
12	4014	2	12	45	11	0
13	8237	6	79	27	12	0
14	4550	1	14	13	0	0
15	4591	6	45	26	13	26
16	3533	0	25	11	9	31
17	6667	0	52	17	11	55
18	5253	0	28	33	15	0
19	6567	0	35	19	12	62
20	3318	0	8	17	0	36
21	5278	0	18	11	0	12
22	7413	2	62	35	0	0
23	8082	0	56	46	13	0
24	6093	0	43	17	14	26
25	7324	1	23	49	10	0
26	3002	1	12	15	11	27
27	3582	1	13	30	6	0
28	3478	0	11	18	13	0
29	9165	1	45	51	9	50

Tabela 6.5 - Dados demográficos e sócio-econômicos das 77 zonas que compõem a área de estudo (Continuação).

Zona	P	C1	C2	C3	E	S
30	3579	1	30	16	8	0
31	6138	1	28	45	8	0
32	9113	2	65	28	22	71
33	6905	0	24	28	9	30
34	8691	0	46	15	16	32
35	5882	2	35	24	6	45
36	5989	9	47	42	17	51
37	4565	0	21	19	13	0
38	4159	1	44	23	9	0
39	12333	5	114	66	9	58
40	7155	1	39	31	12	0
41	11317	4	77	78	22	68
42	5798	0	30	36	14	25
43	7608	2	64	54	10	64
44	7093	0	32	53	13	60
45	10774	2	43	70	15	12
46	12396	3	63	68	24	0
47	14695	2	100	96	18	80
48	7400	0	24	42	12	37
49	10697	0	77	46	14	56
50	9482	1	42	68	13	26
51	9082	0	53	64	12	50
52	6410	1	24	39	7	0
53	5538	0	19	37	17	40
54	7943	0	46	47	17	50
55	18970	0	203	43	13	53
56	12207	3	109	62	18	68
57	12261	3	71	116	13	43
58	11963	8	105	81	34	118
59	10109	2	57	45	17	50
60	17294	4	184	107	19	105
61	10686	5	93	86	23	35
62	13221	0	65	82	17	81

Tabela 6.5 - Dados demográficos e sócio-econômicos das 77 zonas que compõem a área de estudo (Continuação).

Zona	P	C1	C2	C3	E	S
63	14596	3	109	76	27	99
64	16388	3	98	131	23	100
65	18603	4	100	138	22	155
66	23522	6	120	136	27	82
67	25148	5	261	148	32	95
68	17139	1	109	119	37	90
69	21417	2	137	139	52	125
70	23624	11	152	159	27	103
71	39519	5	330	210	100	220
72	33685	17	365	351	46	133
73	36240	21	275	442	78	257
74	48408	30	256	338	116	382
75	75237	43	714	640	166	354
76	135102	44	854	898	335	963
77	335153	170	2601	1932	1042	3078

6.5 - Definição dos Fatores de Impedância.

Observando a equação (3.21), vê-se que o modelo gravitacional - de oportunidades proposto considera fatores de impedância devidos à separação espacial ('distância') entre os diversos pares de O-D e ao número de oportunidades que se interpõem entre eles. Assim, para a aplicação do modelo, esses dois fatores de impedância devem ser especificados.

6.5.1 - Especificação das 'distâncias'.

A 'distância' entre as diversas zonas que compõem a área de estudo foi caracterizada pelo tempo de viagem, como é recomendado pelo Urban Transportation Planning System do U. S. Department of Transportation (ver Gray e Sen [30]).

Para as zonas diretamente ligadas por linha de ônibus, o tempo

de viagem foi apresentado na Tabela 6.4. Para os pares de zonas que não são diretamente ligados, utilizou-se o seguinte critério para determinar o tempo de viagem:

"Dadas duas zonas i e j , não diretamente ligadas por linha de ônibus, o tempo de viagem entre i e j é o menor tempo necessário para viajar de i para j , através das linhas de ônibus disponíveis, sendo arbitrado para cada conexão feita, um tempo adicional de 30 minutos."

Usando o critério acima, o tempo de viagem entre todos os pares de zonas foi obtido através do algoritmo de Floyd (ver Christofides [12]), que pode ser resumido nos seguintes passos:

Passo Inicial. Seja c_{ij} o custo do arco (x_i, x_j) . Assume-se que $c_{ii} = 0$ para todo $i = 1, 2, \dots, n$ e $c_{ij} = \infty$ se o arco (x_i, x_j) não pertence ao grafo G . Seja $k = 0$.

Passo 1: Seja $k = k + 1$.

Passo 2: Para todo $i \neq k$ tal que $c_{ik} \neq \infty$ e para todo $j \neq k$ tal que $c_{kj} \neq \infty$, calcula-se

$$c_{ij} = \min [c_{ij}, (c_{ik} + c_{kj})]. \quad (6.1)$$

Passo 3: Se $k < n$, retorna-se ao passo 1. Se $k = n$, a solução foi encontrada e a matriz $[c_{ij}]$ dá o custo de todos os caminhos mínimos.

O algoritmo de Floyd, como descrito acima, é válido para grafos onde os custos dos arcos são não negativos. Ele pode ser usado, também, para obter os caminhos nos quais os custos mínimos são obtidos. Para isso, utiliza-se uma adaptação devida a Hu (ver Christofides [12]), a qual é descrita a seguir:

Considere-se uma segunda matriz $\theta = [\theta_{ij}]$, onde θ_{ij} é o vértice predecessor do vértice x_j no caminho mínimo de x_i a x_j . No passo inicial, faz-se $\theta_{ij} = x_i$ para todo j e no passo 2 atualiza-se essa matriz da seguinte forma:

$$\theta_{ij} = \begin{cases} \theta_{kj} , & \text{se } (c_{ik} + c_{kj}) < c_{ij} \\ \theta_{ij} , & \text{se } (c_{ik} + c_{kj}) \geq c_{ij} . \end{cases} \quad (6.2)$$

No passo final o caminho mínimo entre os vértices x_i e x_j é obtido pela sequência de vértices

$$x_i , x_\nu , \dots , x_\gamma , x_\beta , x_\alpha , x_j ,$$

onde $x_\alpha = \theta_{ij}$, $x_\beta = \theta_{i\alpha}$, $x_\gamma = \theta_{i\beta}$, \dots , $x_i = \theta_{i\nu}$.

Observa-se que para determinar o tempo de viagem e os caminhos mínimos entre todos os pares de zonas, o algoritmo de Floyd foi adaptado. As equações (6.1) e (6.2) foram substituídas, de acordo com o critério especificado anteriormente, pelas equações

$$c_{ij} = \min \{ c_{ij} , (c_{ik} + c_{kj} + 30) \} \quad (6.3)$$

e

$$\theta_{ij} = \begin{cases} \theta_{kj} , & \text{se } (c_{ik} + c_{kj} + 30) < c_{ij} \\ \theta_{ij} , & \text{se } (c_{ik} + c_{kj} + 30) \geq c_{ij} \end{cases} \quad (6.4)$$

Observa-se, também, que os tempos de viagem entre as diversas zonas de tráfego foram considerados simétricos, isto é, $c_{ij} = c_{ji}$, para todo par (i,j) .

6.5.2 - Definição das oportunidades intervenientes.

A definição do número de oportunidades intervenientes, provavelmente, é a parte mais difícil no desenvolvimento de uma aplicação prática do modelo proposto. Como foi visto no capítulo II, Stouffer [68] e [69] já alertou para a dificuldade de estabelecer critérios adequados para medir as oportunidades. Ele afirmou também que a definição apropriada do que é uma oportunidade interveniente

depende da particular situação em estudo.

No caso do modelo gravitacional - de oportunidades proposto, o problema de definir o número de oportunidades intervenientes é constituído por duas questões fundamentais:

- 1) Como será medido o número de oportunidades em cada zona de tráfego?
- 2) Dado um par de zonas de origem-destino (i,j), quais as zonas de tráfego serão consideradas intervenientes entre i e j?

Como foi visto na secção 6.4.2, na determinação do número de oportunidades, os principais propósitos de viagem devem ser contemplados.

O número de oportunidades existentes em cada zona de tráfego foi caracterizado por um índice relativo de oportunidades, expresso numa escala de 0 a 100. Nesse índice foram atribuídos os seguintes pesos para os diferentes propósitos de viagem identificados na secção 6.4.2:

compras e negócios	———→	60 %
saúde	———→	20 %
educação	———→	20 % .

Observa-se que o conjunto de dados utilizados não permitiu a determinação experimental desses pesos, devido à ausência de informações a este nível de desagregação. No entanto, os seus valores foram baseados em estimativas consensuais de pessoas que conhecem o sistema.

Observa-se, também, que eventuais alterações dos pesos utilizados não modificarão substancialmente os resultados obtidos. Se esses pesos forem obtidos experimentalmente, espera-se que haja uma redução dos erros nas estimativas fornecidas pelo modelo. Dessa forma, pode-se ver que a atribuição dos pesos, como foi feita, não invalida o exercício de modelagem que está sendo desenvolvido.

Como variável explicativa para as oportunidades de comércio foi utilizada a variável $C = C1 + C2 + C3$, onde C1, C2 e C3 foram

especificadas na secção 6.4.2. Para as oportunidades de saúde foi usada a variável S e para as oportunidades de educação a variável E, também especificadas na secção 6.4.2.

Par obter o índice relativo de oportunidades de cada zona j, definiram-se índices relativos de oportunidades de comércio (IRC), de saúde (IRS) e de educação (IRE), da seguinte forma:

A zona de máximo valor para a variável C recebeu índice relativo de oportunidades de comércio 60 e às demais foi atribuído o índice

$$IRC(j) = C(j) \cdot \frac{60}{\max C(j)} .$$

Analogamente, os índices relativos de oportunidades de saúde e educação são dados, respectivamente, por

$$IRS(j) = S(j) \cdot \frac{20}{\max S(j)}$$

e

$$IRE(j) = E(j) \cdot \frac{20}{\max E(j)} .$$

O índice de oportunidades de cada zona j, representado pela variável V_j , foi obtido adicionando-se os índices acima definidos, isto é:

$$V_j = IRC(j) + IRS(j) + IRE(j).$$

Na tabela 6.6 são apresentados os valores da variável V_j , para as 77 zonas de tráfego.

É importante observar que a escolha da escala de 0 a 100 para definir o índice relativo de oportunidades pode ser justificada porque, dessa forma, os valores da matriz de oportunidades intervenientes $[W_{ij}]$ serão, em valores absolutos, não muito distantes dos valores da matriz $[c_{ij}]$. Isso facilita o processo de calibração do modelo.

Tabela 6.6 - índice relativo de oportunidades das 77 zonas de tráfego.

zona j	V _j	zona j	V _j	zona j	V _j
01	0,13	02	1,10	03	0,57
04	0,61	05	0,59	06	0,42
07	0,70	08	0,47	09	1,31
10	0,44	11	0,88	12	0,97
13	1,66	14	0,36	15	1,41
16	0,83	17	1,45	18	1,07
19	1,32	20	0,55	21	0,35
22	1,27	23	1,56	24	1,21
25	1,12	26	0,75	27	0,68
28	0,62	29	1,74	30	0,75
31	1,10	32	2,10	33	1,04
34	1,30	35	1,19	36	1,91
37	0,76	38	1,04	39	2,92
40	1,14	41	2,90	42	1,27
43	2,15	44	1,73	45	1,84
46	2,18	47	3,40	48	1,31
49	1,51	50	1,84	51	2,06
52	0,95	53	1,31	54	1,85
55	3,74	56	3,04	57	2,96
58	3,90	59	1,99	60	3,71
61	3,03	62	2,74	63	3,57
64	4,06	65	4,53	66	4,40
67	6,53	68	4,23	69	5,37
70	5,31	71	10,33	72	11,12
73	12,62	74	12,70	75	23,37
76	35,68	77	100,00		

Tendo sido especificadas as oportunidades existentes nas zonas de tráfego, deve-se, agora, especificar quais as zonas serão consideradas intervenientes. O seguinte critério foi adotado:

Dado um par de zonas de origem-destino (i,j), uma zona l se

interpõe entre i e j se são satisfeitas as duas condições seguintes:

(i) O tempo de viagem de i para l é menor que o tempo de viagem de i para j , isto é,

$$c_{il} < c_{ij} ,$$

onde c_{il} e c_{ij} são determinados de acordo com a secção 6.5.1; e

(ii) o nível hierárquico de l é maior ou igual ao nível hierárquico de i , ou seja,

$$NH(l) \geq NH(i) .$$

Além disso, a própria zona de origem i foi considerada interveniente entre i e j . Isso é justificado porque a procura de bens e serviços em localidades 'maiores' também depende do nível de bens e serviços oferecidos na própria localidade.

Observa-se que o critério usado para definir as zonas intervenientes está de acordo com a hipótese feita na secção 6.3. Isto é, de que os fluxos intermunicipais de passageiros por transporte público são, em grande parte, originados pela necessidade das pessoas de centros 'menores' buscarem bens ou serviços em centros 'maiores'.

Observa-se, também, que na condição (ii) do critério adotado, foi incluída a igualdade porque, na hierarquização usada, zonas de mesmo nível hierárquico podem ter diferentes funções centrais. Isso pode motivar a busca de bens e serviços dos habitantes de uma zona, em outras zonas de mesmo nível hierárquico.

6.6 - Programas Computacionais Desenvolvidos para Calibrar o Modelo.

Os programas necessários para a calibração do modelo foram todos desenvolvidos pela autora. Eles foram escritos na linguagem Fortran 77 e foram rodados num microcomputador AT 486, 33 MHz.

Três programas foram desenvolvidos para a calibração do modelo e suas principais características são descritas a seguir.

6.6.1 - Programa CMINIMO.FOR.

O objetivo principal deste programa é determinar o tempo de viagem entre todos os pares de zonas de tráfego da área de estudo. Isso é feito de acordo com o critério estabelecido na secção 6.5.1, utilizando o algoritmo de caminhos mínimos de Floyd.

Além de determinar os tempos de viagem, o programa possibilita também a determinação dos caminhos mínimos, que serão utilizados na fase de alocação das viagens estimadas à rede de ônibus. Para isso é utilizada a adaptação do algoritmo de Floyd proposta por Hu e descrita na secção 6.5.1.

Os inputs desse programa estão contidos no arquivo 'Tobs' que contém os tempos de viagem e os fluxos observados entre as zonas diretamente ligadas por linha de ônibus (Tabela 6.4).

Os outputs do programa estão contidos em dois arquivos:

'CMINIMO', que contém os tempos de viagem e o número de conexões entre todos os pares de zonas da área de estudo; e

'ARVORE', que contém os caminhos mínimos entre todos os pares de zonas da área de estudo.

Observa-se que os arquivos 'CMINIMO' E 'ARVORE' são bastante longos (2926 linhas) e em função disso não são anexados neste relatório.

6.6.2 - Programa INTOPORT.FOR.

O objetivo desse programa é determinar o número de oportunidades que se interpõem entre todos os pares de zonas da área de estudo. Isso é feito de acordo com os critérios estabelecidos na secção 6.5.2.

Os inputs do programa estão contidos nos arquivos:

'CMINIMO', que já foi descrito na secção anterior; e

'OBSOPORT', que contém o índice relativo de oportunidades das zonas de tráfego (Tabela 6.6).

Os outputs do programa estão contidos no arquivo 'INTOPORT', que contém o número relativo de oportunidades intervenientes entre todos os pares de zonas da área de estudo.

Da mesma forma que os arquivos 'CMINIMO' E 'ARVORE', o arquivo 'INTOPORT' não é anexado neste relatório.

6.6.3 - Programa CALIBRA.FOR.

O programa CALIBRA.FOR é o mais importante e complexo dos programas desenvolvidos. Ele é responsável por toda a calibração do modelo proposto e possibilita a determinação das viagens estimadas entre todos os pares de zonas da área de estudo. Foi desenvolvido de acordo com o procedimento de calibração apresentado no capítulo V.

Os inputs do programa estão contidos nos arquivos 'Tobs', 'CMINIMO' e 'INTOPORT', já descritos nas duas secções anteriores.

Os outputs estão contidos nos seguintes arquivos:

'EVIAGENS', que contém as viagens estimadas entre todos os pares de zonas da área de estudo;

'FATBAL', que contém os fatores de balanceamento A_i s e B_j s, os parâmetros de impedância β e λ , o custo médio observado e estimado e o número médio de oportunidades intervenientes observado e estimado;

e
'TMARG', que contém os totais marginais observados.

O programa é composto pelo programa principal, seis subrotinas e uma função, que são descritos a seguir:

Programa Principal - é encarregado da leitura dos dados nos arquivos de inputs e da gravação dos resultados nos arquivos de outputs. Além disso, ele mesmo calcula o custo médio, o número médio de oportunidades intervenientes e os totais marginais observados, de acordo com os dados obtidos a partir dos tickets de passageiros na rede de ônibus.

Subrotina 'RAUX' - é uma subrotina auxiliar que calcula o valor de

$e^{-\beta c_{ij} - \lambda w_{ij}}$ para todos os pares de zonas da área de estudo.

Subrotina 'DETBS' - nesta subrotina são determinados os fatores de balanceamento B_{js} , de acordo com as equações (3.23).

Subrotina 'DETAS' - é encarregada da determinação dos fatores de balanceamento A_{is} , de acordo com as equações (3.22).

Subrotina 'VIAGEM' - é encarregada da determinação da matriz de viagens estimadas $[T_{ij}]$, de acordo com as equações (3.21).

Subrotina 'CHECDJ' - nesta subrotina é verificado se os fatores de balanceamento satisfazem as restrições das somas ao longo das colunas da matriz de viagens. A verificação é feita de acordo com o critério especificado na secção 5.2.

Subrotina 'HOOKE' - é responsável pela calibração dos parâmetros de impedância β e λ . É desenvolvida de acordo com o método de otimização de Hooke e Jeeves de passos discretos, descrito na secção 5.3.

É importante observar que para calcular o valor da função objetivo a cada novo valor de (α, β) que é testado, são chamadas as subrotinas

RAUX, DETBS, DETAS, VIAGEM, CHECDJ

realizando-se o procedimento iterativo descrito na secção 5.2.

Função BLMIN - é a função objetivo usada na rotina Hooke e que é definida pela equação (5.3).

Observa-se que não foram especificados os totais marginais estimados porque o nível de precisão usado e o critério de parada utilizado na rotina 'CHECDJ' garantem que os totais marginais estimados coincidem com os observados.

Observa-se, também, que os totais marginais (dados na Tabela 6.3), necessários para a calibração do modelo, foram calculados internamente no próprio programa, não tendo sido necessário fazer a digitação desses dados.

6.7 - Resultados Obtidos na Calibração.

Os fatores de balanceamento A_i s e B_j s, associados aos totais marginais O_i s e D_j s, respectivamente, são apresentados na tabela 6.7.

Os parâmetros de impedância β e λ encontrados são

$$\beta = 0,0256490478515625$$

$$\lambda = 0,0182216796875$$

A matriz O-D estimada é apresentada na tabela 6.8.

O custo médio observado (CMO) e o custo médio estimado (CME), são

$$\text{CMO} = 58,268869582583$$

$$\text{CME} = 58,2689186484829$$

O número médio de oportunidades intervenientes observado (WMO) e o número médio de oportunidades intervenientes estimado (WME), são

$$\text{WMO} = 12,5303661088871$$

$$\text{WME} = 12,5302895367993$$

O número total de viagens observadas (TOTOBS) e o número total de viagens estimadas (TOTEST), são

$$\text{TOTOBS} = 5\ 205\ 282$$

$$\text{TOTEST} = 5\ 205\ 282$$

Pode-se observar nesses resultados que a calibração foi completamente bem sucedida e está de acordo com os resultados teóricos obtidos nos capítulos anteriores.

Tabela 6.7 - Fatores de Balanceamento A_i s e B_j s.

A(1)=.74597E+01	B(1)=.18827E-04	A(2)=.69439E+00	B(2)=.17525E-05
A(3)=.13615E+01	B(3)=.34361E-05	A(4)=.30112E+01	B(4)=.75998E-05
A(5)=.15527E+01	B(5)=.39186E-05	A(6)=.26631E+01	B(6)=.67212E-05
A(7)=.80868E+00	B(7)=.20410E-05	A(8)=.14883E+01	B(8)=.37563E-05
A(9)=.25939E+01	B(9)=.65466E-05	A(10)=.65496E+01	B(10)=.16530E-04
A(11)=.26119E+01	B(11)=.65919E-05	A(12)=.64294E+00	B(12)=.16227E-05
A(13)=.18660E+01	B(13)=.47095E-05	A(14)=.79123E+00	B(14)=.19969E-05
A(15)=.89063E+01	B(15)=.22478E-04	A(16)=.61007E+01	B(16)=.15397E-04
A(17)=.69180E+01	B(17)=.17460E-04	A(18)=.70461E+00	B(18)=.17783E-05
A(19)=.73896E+00	B(19)=.18650E-05	A(20)=.61810E+01	B(20)=.15600E-04
A(21)=.94242E+00	B(21)=.23785E-05	A(22)=.20972E+01	B(22)=.52930E-05
A(23)=.80503E+00	B(23)=.20318E-05	A(24)=.31293E+01	B(24)=.78979E-05
A(25)=.85813E+00	B(25)=.21658E-05	A(26)=.28984E+01	B(26)=.73151E-05
A(27)=.48364E+01	B(27)=.12206E-04	A(28)=.35069E+01	B(28)=.88510E-05
A(29)=.80818E+00	B(29)=.20397E-05	A(30)=.61830E+01	B(30)=.15605E-04
A(31)=.13750E+01	B(31)=.34703E-05	A(32)=.14511E+01	B(32)=.36623E-05
A(33)=.54002E+01	B(33)=.13629E-04	A(34)=.38705E+01	B(34)=.97686E-05
A(35)=.44975E+01	B(35)=.11351E-04	A(36)=.12128E+01	B(36)=.30609E-05
A(37)=.70843E+00	B(37)=.17880E-05	A(38)=.59693E+00	B(38)=.15065E-05
A(39)=.99212E+00	B(39)=.25040E-05	A(40)=.77469E+00	B(40)=.19552E-05
A(41)=.83281E+00	B(41)=.21019E-05	A(42)=.52239E+01	B(42)=.13184E-04
A(43)=.26661E+01	B(43)=.67288E-05	A(44)=.10347E+01	B(44)=.26114E-05
A(45)=.13181E+01	B(45)=.33266E-05	A(46)=.70922E+00	B(46)=.17900E-05
A(47)=.83410E+00	B(47)=.21051E-05	A(48)=.12832E+01	B(48)=.32387E-05
A(49)=.93947E+00	B(49)=.23711E-05	A(50)=.47582E+01	B(50)=.12009E-04
A(51)=.55919E+00	B(51)=.14113E-05	A(52)=.35984E+01	B(52)=.90818E-05
A(53)=.20942E+01	B(53)=.52855E-05	A(54)=.74349E+01	B(54)=.18764E-04
A(55)=.96164E+00	B(55)=.24270E-05	A(56)=.97359E+00	B(56)=.24572E-05
A(57)=.36800E+01	B(57)=.92878E-05	A(58)=.90168E+00	B(58)=.22757E-05
A(59)=.13995E+01	B(59)=.35321E-05	A(60)=.12006E+01	B(60)=.30301E-05
A(61)=.91991E+00	B(61)=.23217E-05	A(62)=.15134E+01	B(62)=.38196E-05
A(63)=.64057E+00	B(63)=.16167E-05	A(64)=.91691E+00	B(64)=.23141E-05
A(65)=.27083E+01	B(65)=.68352E-05	A(66)=.87379E+00	B(66)=.22053E-05
A(67)=.82190E+00	B(67)=.20744E-05	A(68)=.14750E+01	B(68)=.37226E-05
A(69)=.68530E+00	B(69)=.17296E-05	A(70)=.27317E+02	B(70)=.68944E-04
A(71)=.80789E+00	B(71)=.20390E-05	A(72)=.92093E+00	B(72)=.23243E-05
A(73)=.12743E+01	B(73)=.32160E-05	A(74)=.25775E+01	B(74)=.65051E-05
A(75)=.63338E+00	B(75)=.15986E-05	A(76)=.74390E+00	B(76)=.18775E-05
A(77)=.22523E+01	B(77)=.56844E-05		

Tabela 6.8 - Matriz O-D estimada.

T(1, 3) =	250	T(1, 4) =	617	T(1,11) =	1187
T(1,15) =	1960	T(1,16) =	1	T(1,18) =	13
T(1,23) =	197	T(1,24) =	46	T(1,36) =	11
T(1,37) =	43	T(1,41) =	201	T(1,47) =	1
T(1,50) =	40	T(1,58) =	600	T(1,62) =	38
T(1,64) =	91	T(1,67) =	19	T(1,69) =	23
T(1,71) =	3	T(1,75) =	303	T(1,76) =	4
T(1,77) =	205	T(2, 3) =	1	T(2, 7) =	2
T(2, 9) =	2	T(2,11) =	2	T(2,13) =	4847
T(2,18) =	13	T(2,19) =	9	T(2,23) =	129
T(2,24) =	2	T(2,26) =	1	T(2,29) =	1
T(2,32) =	1	T(2,36) =	10	T(2,37) =	11
T(2,40) =	3	T(2,41) =	8	T(2,46) =	2
T(2,47) =	34	T(2,51) =	4	T(2,55) =	3936
T(2,58) =	56	T(2,61) =	2	T(2,62) =	8
T(2,63) =	6	T(2,64) =	20	T(2,67) =	15625
T(2,69) =	4	T(2,71) =	9539	T(2,72) =	3
T(2,74) =	1	T(2,75) =	8114	T(2,76) =	120
T(2,77) =	28914	T(3, 4) =	4917	T(3, 7) =	18
T(3, 8) =	1	T(3, 9) =	15	T(3,11) =	3
T(3,13) =	3	T(3,15) =	186	T(3,16) =	2640
T(3,23) =	13	T(3,26) =	33	T(3,32) =	5
T(3,36) =	12	T(3,40) =	24	T(3,41) =	27868
T(3,47) =	1	T(3,50) =	247	T(3,54) =	5
T(3,55) =	12	T(3,58) =	1	T(3,61) =	16
T(3,63) =	48	T(3,67) =	36	T(3,68) =	3
T(3,71) =	22	T(3,73) =	2	T(3,74) =	3
T(3,75) =	19	T(3,76) =	1	T(3,77) =	54657
T(4, 5) =	1	T(4, 7) =	3	T(4, 9) =	2
T(4,10) =	3	T(4,11) =	11	T(4,15) =	2798
T(4,16) =	25	T(4,21) =	3	T(4,23) =	1
T(4,26) =	2	T(4,33) =	1	T(4,34) =	1
T(4,40) =	3	T(4,41) =	4123	T(4,50) =	4616
T(4,54) =	26	T(4,55) =	1	T(4,57) =	2
T(4,58) =	4	T(4,61) =	2	T(4,63) =	7
T(4,67) =	4	T(4,68) =	28	T(4,71) =	2
T(4,73) =	29	T(4,75) =	2	T(4,77) =	9342
T(5, 6) =	9	T(5,10) =	2	T(5,12) =	67
T(5,14) =	2113	T(5,20) =	2	T(5,21) =	176
T(5,25) =	419	T(5,27) =	5	T(5,28) =	4
T(5,30) =	151	T(5,31) =	2241	T(5,33) =	369
T(5,34) =	403	T(5,41) =	1	T(5,42) =	6
T(5,44) =	3605	T(5,45) =	546	T(5,48) =	41
T(5,50) =	560	T(5,53) =	5	T(5,54) =	12
T(5,57) =	1	T(5,59) =	55	T(5,63) =	1
T(5,65) =	230	T(5,66) =	70	T(5,68) =	7138
T(5,73) =	8069	T(5,74) =	4	T(5,77) =	2
T(6,12) =	54	T(6,14) =	95	T(6,20) =	7
T(6,21) =	36	T(6,25) =	3236	T(6,27) =	13
T(6,28) =	13	T(6,30) =	6	T(6,31) =	22
T(6,33) =	15	T(6,34) =	1116	T(6,42) =	1
T(6,44) =	243	T(6,45) =	134	T(6,48) =	35

Tabela 6.8 - Matriz O-D estimada (Continuação).

T(6,50) =	22	T(6,53) =	1	T(6,59) =	211
T(6,61) =	1	T(6,63) =	3	T(6,65) =	36
T(6,66) =	262	T(6,68) =	241	T(6,73) =	6712
T(6,74) =	9	T(6,77) =	9	T(7, 8) =	1
T(7, 9) =	20	T(7,13) =	5	T(7,23) =	2
T(7,32) =	6	T(7,40) =	30	T(7,41) =	80
T(7,47) =	1	T(7,55) =	15	T(7,58) =	1
T(7,61) =	21	T(7,63) =	63	T(7,67) =	47
T(7,71) =	30	T(7,74) =	5	T(7,75) =	25
T(7,76) =	3	T(7,77) =	66535	T(8, 9) =	1
T(8,10) =	251	T(8,17) =	3349	T(8,25) =	1
T(8,27) =	5	T(8,32) =	1672	T(8,40) =	5501
T(8,41) =	6	T(8,50) =	13	T(8,55) =	1
T(8,59) =	1	T(8,61) =	7674	T(8,63) =	4465
T(8,66) =	2	T(8,67) =	3	T(8,71) =	2
T(8,73) =	3	T(8,74) =	1036	T(8,75) =	1
T(8,77) =	4983	T(9,13) =	6	T(9,23) =	2
T(9,32) =	8	T(9,40) =	37	T(9,41) =	97
T(9,47) =	1	T(9,55) =	18	T(9,58) =	1
T(9,61) =	25	T(9,63) =	76	T(9,67) =	56
T(9,71) =	37	T(9,74) =	6	T(9,75) =	31
T(9,76) =	3	T(9,77) =	81126	T(10,17) =	1538
T(10,21) =	7	T(10,32) =	46	T(10,33) =	1
T(10,34) =	1	T(10,40) =	158	T(10,50) =	2345
T(10,54) =	50	T(10,61) =	220	T(10,63) =	128
T(10,68) =	82	T(10,73) =	43	T(10,74) =	30
T(10,77) =	79	T(11,13) =	8	T(11,15) =	192
T(11,18) =	165	T(11,19) =	17	T(11,23) =	2456
T(11,24) =	599	T(11,26) =	19	T(11,29) =	1
T(11,36) =	138	T(11,37) =	539	T(11,46) =	25
T(11,47) =	53	T(11,51) =	8	T(11,52) =	2
T(11,55) =	10	T(11,58) =	7410	T(11,62) =	505
T(11,64) =	1192	T(11,67) =	258	T(11,69) =	299
T(11,71) =	242	T(11,72) =	2	T(11,75) =	3983
T(11,76) =	342	T(11,77) =	90	T(12,14) =	675
T(12,20) =	10	T(12,21) =	236	T(12,25) =	1220
T(12,28) =	18	T(12,30) =	18	T(12,31) =	114
T(12,33) =	20	T(12,34) =	21	T(12,40) =	2
T(12,42) =	45	T(12,44) =	483	T(12,45) =	350
T(12,48) =	1422	T(12,50) =	85	T(12,53) =	39
T(12,59) =	288	T(12,61) =	4	T(12,63) =	14
T(12,65) =	2164	T(12,66) =	342	T(12,68) =	320
T(12,73) =	38253	T(12,77) =	45	T(13,18) =	8
T(13,19) =	5	T(13,23) =	102	T(13,24) =	1
T(13,26) =	1	T(13,29) =	1	T(13,36) =	4
T(13,37) =	8	T(13,40) =	1	T(13,41) =	4
T(13,46) =	1	T(13,47) =	68	T(13,51) =	2
T(13,55) =	2875	T(13,58) =	42	T(13,61) =	1
T(13,62) =	6	T(13,63) =	3	T(13,64) =	15
T(13,67) =	27729	T(13,69) =	2	T(13,71) =	6453
T(13,72) =	8	T(13,75) =	5489	T(13,76) =	129
T(13,77) =	10677	T(14,20) =	19	T(14,21) =	463

Tabela 6.8 - Matriz O-D estimada (Continuação).

T(14,25) =	2204	T(14,27) =	1	T(14,28) =	35
T(14,30) =	35	T(14,31) =	2213	T(14,33) =	73
T(14,34) =	76	T(14,40) =	2	T(14,42) =	71
T(14,44) =	8092	T(14,45) =	4440	T(14,48) =	360
T(14,50) =	159	T(14,53) =	65	T(14,54) =	4
T(14,59) =	485	T(14,61) =	3	T(14,63) =	12
T(14,65) =	3331	T(14,66) =	672	T(14,68) =	1146
T(14,73) =	75094	T(14,77) =	30	T(15,16) =	5
T(15,18) =	1	T(15,23) =	18	T(15,24) =	4
T(15,36) =	1	T(15,37) =	4	T(15,41) =	999
T(15,50) =	346	T(15,54) =	1	T(15,58) =	338
T(15,62) =	4	T(15,63) =	1	T(15,64) =	8
T(15,67) =	2	T(15,68) =	1	T(15,69) =	2
T(15,71) =	1	T(15,75) =	28	T(15,76) =	2
T(15,77) =	1957	T(16,18) =	3	T(16,19) =	1
T(16,23) =	724	T(16,24) =	1	T(16,26) =	864
T(16,36) =	596	T(16,37) =	1	T(16,41) =	1239
T(16,47) =	4	T(16,50) =	1	T(16,51) =	1
T(16,58) =	92	T(16,62) =	1	T(16,64) =	2
T(16,67) =	5	T(16,69) =	1	T(16,71) =	19
T(16,72) =	1	T(16,75) =	1508	T(16,76) =	9
T(16,77) =	1459	T(17,27) =	6	T(17,32) =	1848
T(17,40) =	2040	T(17,41) =	4	T(17,50) =	67
T(17,54) =	1	T(17,55) =	1	T(17,61) =	5988
T(17,63) =	1594	T(17,66) =	1	T(17,67) =	2
T(17,68) =	3	T(17,71) =	1	T(17,73) =	1
T(17,74) =	1363	T(17,75) =	1	T(17,77) =	3363
T(18,19) =	178	T(18,23) =	1045	T(18,24) =	273
T(18,26) =	12	T(18,29) =	25	T(18,36) =	89
T(18,37) =	2762	T(18,38) =	9	T(18,39) =	1
T(18,46) =	716	T(18,47) =	510	T(18,49) =	7
T(18,51) =	247	T(18,52) =	13	T(18,55) =	65
T(18,56) =	1	T(18,58) =	1634	T(18,60) =	1
T(18,62) =	2648	T(18,64) =	3519	T(18,67) =	154
T(18,69) =	5381	T(18,70) =	2	T(18,71) =	2472
T(18,72) =	87	T(18,75) =	39617	T(18,76) =	2501
T(18,77) =	218	T(19,23) =	396	T(19,24) =	7
T(19,26) =	6	T(19,29) =	71	T(19,36) =	74
T(19,37) =	58	T(19,38) =	26	T(19,39) =	11
T(19,46) =	238	T(19,47) =	7307	T(19,49) =	21
T(19,51) =	1118	T(19,55) =	45	T(19,56) =	13
T(19,58) =	115	T(19,60) =	12	T(19,62) =	56
T(19,64) =	92	T(19,67) =	110	T(19,69) =	2949
T(19,71) =	937	T(19,72) =	131	T(19,75) =	25053
T(19,76) =	8553	T(19,77) =	124	T(20,21) =	10
T(20,25) =	431	T(20,28) =	793	T(20,30) =	1
T(20,31) =	5	T(20,33) =	1	T(20,34) =	3
T(20,40) =	1	T(20,44) =	36	T(20,45) =	22
T(20,48) =	9	T(20,50) =	4	T(20,59) =	1631
T(20,61) =	1	T(20,63) =	4	T(20,65) =	9
T(20,66) =	300	T(20,68) =	15	T(20,73) =	1492
T(20,77) =	11	T(21,25) =	871	T(21,27) =	4

Tabela 6.8 - Matriz O-D estimada (Continuação).

T(21,28) =	13	T(21,30) =	94	T(21,31) =	80
T(21,33) =	237	T(21,34) =	272	T(21,41) =	2
T(21,42) =	4	T(21,44) =	352	T(21,45) =	244
T(21,48) =	152	T(21,50) =	1368	T(21,53) =	3
T(21,54) =	25	T(21,57) =	2	T(21,59) =	205
T(21,61) =	1	T(21,63) =	5	T(21,65) =	150
T(21,66) =	267	T(21,68) =	4368	T(21,73) =	29320
T(21,74) =	3	T(21,77) =	8	T(22,23) =	4
T(22,29) =	33	T(22,35) =	56	T(22,36) =	1
T(22,37) =	1	T(22,38) =	270	T(22,39) =	898
T(22,43) =	10705	T(22,46) =	59	T(22,47) =	11
T(22,49) =	74	T(22,51) =	21	T(22,55) =	1
T(22,56) =	504	T(22,58) =	1	T(22,60) =	18269
T(22,62) =	3	T(22,64) =	4	T(22,67) =	7
T(22,69) =	30	T(22,71) =	42	T(22,72) =	15392
T(22,75) =	186	T(22,76) =	2787	T(22,77) =	6
T(23,24) =	968	T(23,26) =	1490	T(23,29) =	6
T(23,36) =	13325	T(23,37) =	1012	T(23,38) =	2
T(23,39) =	1	T(23,40) =	1	T(23,41) =	2
T(23,46) =	11	T(23,47) =	1643	T(23,49) =	2
T(23,51) =	461	T(23,52) =	1	T(23,55) =	260
T(23,56) =	2	T(23,58) =	26920	T(23,60) =	3
T(23,62) =	1129	T(23,63) =	1	T(23,64) =	1972
T(23,67) =	6508	T(23,69) =	331	T(23,70) =	1
T(23,71) =	16433	T(23,72) =	47	T(23,75) =	112987
T(23,76) =	4201	T(23,77) =	2211	T(24,26) =	7
T(24,29) =	13	T(24,36) =	128	T(24,37) =	1345
T(24,38) =	5	T(24,39) =	2	T(24,46) =	81
T(24,47) =	36	T(24,49) =	4	T(24,51) =	28
T(24,52) =	5	T(24,55) =	9	T(24,58) =	7324
T(24,62) =	1500	T(24,64) =	2555	T(24,67) =	138
T(24,69) =	1458	T(24,70) =	1	T(24,71) =	159
T(24,72) =	28	T(24,75) =	4453	T(24,76) =	1639
T(24,77) =	65	T(25,27) =	2	T(25,28) =	557
T(25,30) =	67	T(25,31) =	926	T(25,32) =	2
T(25,33) =	68	T(25,34) =	750	T(25,40) =	23
T(25,42) =	26	T(25,44) =	9501	T(25,45) =	5762
T(25,48) =	735	T(25,50) =	290	T(25,53) =	23
T(25,54) =	1	T(25,59) =	8240	T(25,61) =	39
T(25,63) =	154	T(25,65) =	1100	T(25,66) =	12907
T(25,68) =	1151	T(25,73) =	124376	T(25,74) =	2
T(25,77) =	435	T(26,29) =	1	T(26,36) =	1941
T(26,37) =	24	T(26,38) =	1	T(26,41) =	13
T(26,46) =	3	T(26,47) =	89	T(26,51) =	22
T(26,55) =	10	T(26,58) =	314	T(26,62) =	13
T(26,64) =	35	T(26,67) =	109	T(26,69) =	13
T(26,71) =	401	T(26,72) =	12	T(26,75) =	5097
T(26,76) =	186	T(26,77) =	28	T(27,30) =	1
T(27,32) =	755	T(27,33) =	2	T(27,34) =	636
T(27,40) =	495	T(27,41) =	1	T(27,50) =	3
T(27,61) =	282	T(27,63) =	246	T(27,68) =	171
T(27,73) =	7	T(27,74) =	14082	T(27,77) =	898

Tabela 6.8 - Matriz O-D estimada (Continuação).

T(28,30) =	1	T(28,31) =	10	T(28,33) =	2
T(28,34) =	5	T(28,40) =	1	T(28,44) =	65
T(28,45) =	39	T(28,48) =	17	T(28,50) =	7
T(28,59) =	2967	T(28,61) =	2	T(28,63) =	7
T(28,65) =	17	T(28,66) =	540	T(28,68) =	27
T(28,73) =	2687	T(28,77) =	20	T(29,35) =	280
T(29,36) =	9	T(29,37) =	18	T(29,38) =	496
T(29,39) =	217	T(29,43) =	13	T(29,46) =	2308
T(29,47) =	656	T(29,49) =	3296	T(29,51) =	815
T(29,52) =	3	T(29,55) =	7	T(29,56) =	909
T(29,58) =	37	T(29,60) =	162	T(29,62) =	139
T(29,64) =	144	T(29,67) =	64	T(29,69) =	1877
T(29,70) =	1	T(29,71) =	229	T(29,72) =	2839
T(29,75) =	1980	T(29,76) =	109421	T(29,77) =	76
T(30,31) =	53	T(30,33) =	290	T(30,34) =	384
T(30,41) =	1	T(30,44) =	71	T(30,45) =	28
T(30,48) =	17	T(30,50) =	465	T(30,54) =	9
T(30,57) =	1	T(30,59) =	23	T(30,65) =	18
T(30,66) =	28	T(30,68) =	5197	T(30,73) =	2982
T(30,74) =	3	T(30,77) =	1	T(31,33) =	97
T(31,34) =	102	T(31,42) =	15	T(31,44) =	8903
T(31,45) =	1399	T(31,48) =	87	T(31,50) =	154
T(31,53) =	13	T(31,54) =	4	T(31,59) =	117
T(31,61) =	1	T(31,63) =	3	T(31,65) =	606
T(31,66) =	151	T(31,68) =	1730	T(31,73) =	16336
T(31,74) =	1	T(31,77) =	6	T(32,34) =	4
T(32,40) =	12650	T(32,41) =	29	T(32,50) =	1
T(32,55) =	5	T(32,59) =	1	T(32,61) =	16764
T(32,63) =	6468	T(32,66) =	3	T(32,67) =	17
T(32,71) =	11	T(32,73) =	4	T(32,74) =	26135
T(32,75) =	10	T(32,76) =	1	T(32,77) =	22230
T(33,34) =	895	T(33,41) =	2	T(33,44) =	167
T(33,45) =	33	T(33,48) =	20	T(33,50) =	1372
T(33,54) =	24	T(33,57) =	2	T(33,59) =	27
T(33,65) =	20	T(33,66) =	32	T(33,68) =	12129
T(33,73) =	3237	T(33,74) =	8	T(33,77) =	3
T(34,40) =	12	T(34,44) =	125	T(34,45) =	41
T(34,48) =	15	T(34,50) =	1406	T(34,54) =	19
T(34,57) =	1	T(34,59) =	56	T(34,61) =	7
T(34,63) =	6	T(34,65) =	15	T(34,66) =	91
T(34,68) =	12373	T(34,73) =	2439	T(34,74) =	439
T(34,77) =	22	T(35,36) =	1	T(35,37) =	1
T(35,38) =	95	T(35,39) =	1780	T(35,43) =	197
T(35,46) =	132	T(35,47) =	50	T(35,49) =	4148
T(35,51) =	47	T(35,55) =	1	T(35,56) =	10870
T(35,58) =	3	T(35,60) =	364	T(35,62) =	11
T(35,64) =	12	T(35,67) =	6	T(35,69) =	110
T(35,71) =	24	T(35,72) =	10132	T(35,75) =	150
T(35,76) =	6914	T(35,77) =	7	T(36,37) =	150
T(36,38) =	4	T(36,41) =	1	T(36,46) =	18
T(36,47) =	561	T(36,49) =	1	T(36,51) =	140
T(36,55) =	68	T(36,56) =	1	T(36,58) =	1877

Tabela 6.8 - Matriz O-D estimada (continuação).

T(36,60) =	1	T(36,62) =	88	T(36,64) =	224
T(36,67) =	685	T(36,69) =	88	T(36,71) =	2441
T(36,72) =	86	T(36,75) =	30458	T(36,76) =	1244
T(36,77) =	214	T(37,38) =	6	T(37,39) =	1
T(37,46) =	97	T(37,47) =	345	T(37,49) =	5
T(37,51) =	45	T(37,52) =	10	T(37,55) =	42
T(37,56) =	1	T(37,58) =	5914	T(37,60) =	1
T(37,62) =	1894	T(37,64) =	4401	T(37,67) =	479
T(37,69) =	1285	T(37,70) =	1	T(37,71) =	1480
T(37,72) =	57	T(37,75) =	19944	T(37,76) =	1583
T(37,77) =	172	T(38,39) =	738	T(38,43) =	53
T(38,46) =	655	T(38,47) =	219	T(38,49) =	119
T(38,51) =	231	T(38,52) =	1	T(38,55) =	3
T(38,56) =	336	T(38,58) =	13	T(38,60) =	1757
T(38,62) =	48	T(38,64) =	50	T(38,67) =	23
T(38,69) =	498	T(38,71) =	83	T(38,72) =	25496
T(38,75) =	661	T(38,76) =	34101	T(38,77) =	29
T(39,43) =	3495	T(39,46) =	385	T(39,47) =	140
T(39,49) =	392	T(39,51) =	136	T(39,52) =	1
T(39,55) =	2	T(39,56) =	10121	T(39,58) =	9
T(39,60) =	11941	T(39,62) =	32	T(39,64) =	33
T(39,67) =	16	T(39,69) =	309	T(39,71) =	56
T(39,72) =	23455	T(39,75) =	422	T(39,76) =	18655
T(39,77) =	19	T(40,41) =	84	T(40,47) =	1
T(40,50) =	2	T(40,55) =	17	T(40,58) =	1
T(40,59) =	1	T(40,61) =	35943	T(40,63) =	18785
T(40,66) =	7	T(40,67) =	51	T(40,71) =	33
T(40,73) =	9	T(40,74) =	16691	T(40,75) =	29
T(40,76) =	3	T(40,77) =	65372	T(41,47) =	4
T(41,50) =	166	T(41,54) =	2	T(41,55) =	55
T(41,58) =	3	T(41,61) =	75	T(41,63) =	216
T(41,67) =	174	T(41,68) =	2	T(41,71) =	111
T(41,73) =	1	T(41,74) =	20	T(41,75) =	95
T(41,76) =	9	T(41,77) =	229470	T(42,44) =	233
T(42,45) =	577	T(42,48) =	417	T(42,50) =	3
T(42,53) =	7937	T(42,59) =	7	T(42,63) =	1
T(42,65) =	13512	T(42,66) =	9	T(42,68) =	9
T(42,73) =	854	T(42,77) =	3	T(43,46) =	68
T(43,47) =	25	T(43,49) =	217	T(43,51) =	24
T(43,56) =	2625	T(43,58) =	2	T(43,60) =	7180
T(43,62) =	5	T(43,64) =	6	T(43,67) =	3
T(43,69) =	55	T(43,71) =	15	T(43,72) =	5874
T(43,75) =	75	T(43,76) =	3307	T(43,77) =	3
T(44,45) =	16113	T(44,48) =	322	T(44,50) =	201
T(44,53) =	127	T(44,54) =	5	T(44,59) =	730
T(44,61) =	4	T(44,63) =	17	T(44,65) =	6492
T(44,66) =	982	T(44,68) =	2017	T(44,73) =	60460
T(44,77) =	51	T(45,48) =	432	T(45,50) =	120
T(45,53) =	349	T(45,59) =	474	T(45,63) =	11
T(45,65) =	19953	T(45,66) =	619	T(45,68) =	420
T(45,73) =	43982	T(45,77) =	148	T(46,47) =	1033
T(46,49) =	689	T(46,51) =	1306	T(46,52) =	78

Tabela 6.8 - Matriz O-D estimada (Continuação).

T(46,55) =	12	T(46,56) =	279	T(46,58) =	284
T(46,60) =	252	T(46,62) =	11968	T(46,64) =	1424
T(46,67) =	108	T(46,69) =	39948	T(46,70) =	65
T(46,71) =	357	T(46,72) =	4467	T(46,75) =	3072
T(46,76) =	165907	T(46,77) =	117	T(47,49) =	117
T(47,51) =	7349	T(47,52) =	1	T(47,55) =	237
T(47,56) =	74	T(47,58) =	338	T(47,60) =	12
T(47,62) =	163	T(47,63) =	1	T(47,64) =	272
T(47,67) =	2246	T(47,69) =	3362	T(47,70) =	1
T(47,71) =	10844	T(47,72) =	756	T(47,75) =	80143
T(47,76) =	48447	T(47,77) =	1192	T(48,50) =	71
T(48,53) =	284	T(48,59) =	216	T(48,61) =	7
T(48,63) =	25	T(48,65) =	14693	T(48,66) =	265
T(48,68) =	242	T(48,73) =	26379	T(48,77) =	77
T(49,51) =	225	T(49,52) =	1	T(49,55) =	3
T(49,56) =	6164	T(49,58) =	14	T(49,60) =	393
T(49,62) =	48	T(49,64) =	50	T(49,67) =	24
T(49,69) =	517	T(49,71) =	85	T(49,72) =	6840
T(49,75) =	660	T(49,76) =	38720	T(49,77) =	29
T(50,54) =	12245	T(50,57) =	844	T(50,59) =	96
T(50,61) =	7	T(50,63) =	4	T(50,65) =	10
T(50,66) =	116	T(50,67) =	1	T(50,68) =	19485
T(50,70) =	88	T(50,73) =	13589	T(50,74) =	1
T(50,77) =	1658	T(51,52) =	4	T(51,55) =	30
T(51,56) =	79	T(51,58) =	72	T(51,60) =	62
T(51,62) =	160	T(51,64) =	211	T(51,67) =	83
T(51,69) =	13278	T(51,70) =	1	T(51,71) =	1777
T(51,72) =	813	T(51,75) =	11317	T(51,76) =	56575
T(51,77) =	132	T(52,54) =	1	T(52,55) =	1
T(52,56) =	1	T(52,57) =	6	T(52,58) =	145
T(52,60) =	1	T(52,62) =	2929	T(52,64) =	623
T(52,67) =	9	T(52,69) =	465	T(52,70) =	5875
T(52,71) =	39	T(52,72) =	14	T(52,75) =	267
T(52,76) =	877	T(52,77) =	6	T(53,59) =	7
T(53,63) =	1	T(53,65) =	11572	T(53,66) =	8
T(53,68) =	8	T(53,73) =	800	T(53,77) =	3
T(54,57) =	5299	T(54,59) =	3	T(54,66) =	3
T(54,68) =	479	T(54,70) =	3681	T(54,73) =	346
T(54,77) =	80	T(55,58) =	55	T(55,60) =	1
T(55,61) =	3	T(55,62) =	14	T(55,63) =	9
T(55,64) =	34	T(55,67) =	30398	T(55,69) =	14
T(55,71) =	30867	T(55,72) =	19	T(55,74) =	2
T(55,75) =	18812	T(55,76) =	189	T(55,77) =	25552
T(56,58) =	17	T(56,60) =	1990	T(56,62) =	59
T(56,64) =	61	T(56,67) =	30	T(56,69) =	541
T(56,71) =	126	T(56,72) =	42339	T(56,75) =	786
T(56,76) =	29823	T(56,77) =	38	T(57,58) =	1
T(57,62) =	17	T(57,64) =	3	T(57,68) =	43
T(57,69) =	2	T(57,70) =	16270	T(57,73) =	30
T(57,75) =	1	T(57,76) =	4	T(57,77) =	2
T(58,60) =	2	T(58,62) =	5686	T(58,63) =	1
T(58,64) =	12878	T(58,67) =	3084	T(58,69) =	3573

Tabela 6.8 - Matriz O-D estimada (Continuação).

T(58,70) =	6	T(58,71) =	2900	T(58,72) =	26
T(58,75) =	44009	T(58,76) =	4335	T(58,77) =	1363
T(59,61) =	29	T(59,63) =	107	T(59,65) =	269
T(59,66) =	7099	T(59,68) =	424	T(59,73) =	36024
T(59,74) =	2	T(59,77) =	340	T(60,62) =	51
T(60,64) =	53	T(60,67) =	57	T(60,69) =	564
T(60,71) =	337	T(60,72) =	98969	T(60,75) =	1367
T(60,76) =	29038	T(60,77) =	66	T(61,63) =	30296
T(61,66) =	15	T(61,67) =	42	T(61,71) =	31
T(61,73) =	18	T(61,74) =	10286	T(61,75) =	28
T(61,76) =	4	T(61,77) =	54807	T(62,64) =	19261
T(62,67) =	552	T(62,69) =	12635	T(62,70) =	866
T(62,71) =	2358	T(62,72) =	392	T(62,75) =	30638
T(62,76) =	12606	T(62,77) =	456	T(63,65) =	1
T(63,66) =	50	T(63,67) =	94	T(63,71) =	70
T(63,72) =	1	T(63,73) =	96	T(63,74) =	1534
T(63,75) =	50	T(63,76) =	8	T(63,77) =	156372
T(64,67) =	603	T(64,69) =	12438	T(64,70) =	28
T(64,71) =	2572	T(64,72) =	414	T(64,75) =	35177
T(64,76) =	16454	T(64,77) =	548	T(65,66) =	319
T(65,68) =	336	T(65,73) =	31003	T(65,77) =	105
T(66,67) =	1	T(66,68) =	467	T(66,73) =	39733
T(66,74) =	4	T(66,77) =	875	T(67,69) =	35
T(67,70) =	1	T(67,71) =	64274	T(67,72) =	135
T(67,74) =	5	T(67,75) =	42305	T(67,76) =	1729
T(67,77) =	74263	T(68,70) =	4	T(68,73) =	45525
T(68,74) =	137	T(68,77) =	68	T(69,70) =	140
T(69,71) =	1272	T(69,72) =	2940	T(69,75) =	16761
T(69,76) =	148900	T(69,77) =	351	T(70,71) =	62
T(70,72) =	21	T(70,73) =	5	T(70,75) =	422
T(70,76) =	1386	T(70,77) =	1	T(71,72) =	747
T(71,74) =	7	T(71,75) =	260550	T(71,76) =	32946
T(71,77) =	36707	T(72,75) =	18494	T(72,76) =	236291
T(72,77) =	1338	T(73,74) =	16	T(73,75) =	2
T(73,77) =	2957	T(74,75) =	27	T(74,76) =	4
T(74,77) =	36324	T(75,76) =	171728	T(75,77) =	47893
T(76,77) =	18342				

6.8 - Alocação das Viagens Estimadas à Rede de Ônibus.

Como as viagens observadas se referem aos pares de zonas diretamente ligados por linha de ônibus, para poder comparar os fluxos observados e os fluxos estimados, é necessário alocar a matriz de viagens estimadas $[T_{ij}]$ sobre a rede de ônibus da área de estudo.

6.8.1 - Critério de alocação.

A alocação foi feita utilizando o critério de alocação tudo ou nada (ver, p. ex., Sheffi [62]), que é considerado bastante realístico para viagens intermunicipais (ver Ulysséa Neto [73]).

Pode assim ser descrito o critério de alocação usado:

Uma viagem entre duas zonas i e j , não diretamente ligadas por linha de ônibus, é feita de forma que o tempo necessário para a viagem, através das linhas de ônibus disponíveis, é minimizado. Além disso, a cada conexão foi atribuído um tempo adicional de 30 minutos, como especificado na secção 6.5.1.

De acordo com esse critério, para alocar na rede a matriz $[T_{ij}]$ estimada, são necessários os caminhos mínimos entre todos os pares de zonas de tráfego da área de estudo. Os caminhos mínimos foram determinados através do programa 'CMINIMO.FOR', descrito na secção 6.6.1, e estão contidos no arquivo 'ARVORE'. A seguir descreve-se as principais características do programa desenvolvido para fazer a alocação.

6.8.2 - Programa ALOCAR.FOR.

O objetivo desse programa é alocar na rede de ônibus as viagens estimadas. Isso é feito de acordo com o critério de alocação tudo ou nada, exposto na secção anterior.

Os inputs do programa estão contidos nos arquivos 'CMINIMO', 'EVIAGENS', 'ARVORE' E 'Tobs', já descritos nas secções anteriores.

Os outputs estão contidos no arquivo 'FITNESS', que contém as viagens alocadas e as viagens observadas entre todos os pares de zonas diretamente ligadas por linha de ônibus. Esse arquivo contém também o número total de viagens observadas, estimadas e alocadas na área de estudo.

O programa foi desenvolvido conforme o algoritmo descrito a seguir, o qual é resultante do critério de alocação usado.

Sejam N o número de zonas na área de estudo, $Taloc(i,j)$ o número de viagens alocadas de i para j , $Ncon(i,j)$ o número de conexões entre i e j , $(k_{ij}(l), l=1, 2, \dots, Ncon(i,j) + 2)$ o caminho mínimo de i para j e $T(i,j)$ o número de viagens estimadas de i para j .

Passo Inicial. Seja $Taloc(i,j) = 0$, para todo $i = 1, 2, \dots, N-1$, $j = i+1, i+2, \dots, N$ e seja $i = 0$.

Passo 1. Faz-se $i = i+1$ e $j = i$.

Passo 2. Faz-se $j = j+1$ e $l = 0$.

Passo 3. Faz-se $l = l+1$.

Passo 4. Se $l > Ncon(i,j)+1$, vai-se para o passo 5; se $l \leq Ncon(i,j)+1$, então

$$Taloc[k_{ij}(l), k_{ij}(l+1)] = Taloc[k_{ij}(l), k_{ij}(l+1)] + T(i,j)$$

e vai-se para o passo 3.

Passo 5. Se $j < N$, vai-se para o passo 2; se $j = N$, vai-se para o passo final.

Passo Final. Se $i < N-1$, vai-se para o passo 1; se $i = N-1$, o algoritmo é concluído e $[Taloc(i,j)]$ é a solução.

Observa-se que esse algoritmo foi desenvolvido para a aplicação prática em estudo. Para o caso geral, algumas pequenas adaptações são necessárias.

6.8.3 - Resultados obtidos na alocação.

Os resultados da alocação das viagens estimadas à rede de ônibus da área de estudo são apresentados na tabela 6.9. Esses resultados serão utilizados no próximo capítulo, onde será feita uma análise do desempenho do modelo proposto.

Tabela 6.9 - Matriz estimada de viagens de ônibus, obtida através da alocação da matriz O-D estimada à rede de ônibus da área de estudo.

T(1, 3) =	254	T(1, 4) =	673	T(1,11) =	2599
T(1,15) =	1960	T(1,41) =	202	T(1,77) =	205
T(2,13) =	4847	T(2,23) =	141	T(2,37) =	11
T(2,55) =	3936	T(2,58) =	60	T(2,62) =	8
T(2,64) =	20	T(2,67) =	15659	T(2,71) =	9543
T(2,75) =	8144	T(2,76) =	123	T(2,77) =	28940
T(3, 4) =	4945	T(3,15) =	192	T(3,16) =	2718
T(3,26) =	35	T(3,41) =	27868	T(3,50) =	252
T(3,54) =	5	T(3,57) =	0	T(3,68) =	0
T(3,70) =	0	T(3,73) =	2	T(3,77) =	54864
T(4,15) =	3147	T(4,41) =	4123	T(4,50) =	5041
T(4,54) =	27	T(4,57) =	2	T(4,68) =	0
T(4,70) =	0	T(4,73) =	30	T(4,77) =	9369
T(5,14) =	3409	T(5,31) =	2241	T(5,44) =	7398
T(5,68) =	12708	T(5,73) =	8321	T(6,25) =	4140
T(6,34) =	1422	T(6,73) =	6979	T(7,77) =	66914
T(8,10) =	938	T(8,17) =	6984	T(8,32) =	1718
T(8,40) =	8772	T(8,61) =	7901	T(8,63) =	11278
T(8,74) =	0	T(9,77) =	81572	T(10,17) =	1610
T(10,50) =	2634	T(10,77) =	0	T(11,15) =	192
T(11,58) =	19762	T(12,48) =	1422	T(12,63) =	21
T(12,65) =	2248	T(12,73) =	42575	T(12,77) =	45
T(13,67) =	31001	T(13,71) =	6453	T(13,75) =	5508
T(13,77) =	10702	T(14,31) =	2213	T(14,44) =	8092
T(14,45) =	4440	T(14,65) =	3466	T(14,73) =	80349
T(15,41) =	999	T(15,58) =	414	T(15,77) =	1958
T(16,23) =	835	T(16,26) =	864	T(16,36) =	610
T(16,41) =	1240	T(16,75) =	1568	T(16,77) =	1461
T(17,32) =	1848	T(17,61) =	5988	T(17,74) =	1368
T(17,77) =	3374	T(18,37) =	4848	T(18,62) =	2662
T(18,64) =	3519	T(18,69) =	8889	T(18,75) =	44472
T(19,47) =	7416	T(19,51) =	1118	T(19,69) =	3187
T(19,75) =	27174	T(19,76) =	8839	T(20,28) =	793
T(20,59) =	4024	T(21,50) =	1407	T(21,68) =	5153
T(21,73) =	32420	T(22,43) =	12108	T(22,60) =	18269
T(22,72) =	18989	T(23,26) =	1968	T(23,36) =	16394
T(23,58) =	37605	T(23,67) =	7673	T(23,71) =	16433
T(23,75) =	120799	T(23,77) =	2462	T(24,37) =	6281
T(24,58) =	9283	T(24,62) =	1506	T(24,64) =	2555
T(24,69) =	1568	T(24,76) =	1692	T(25,34) =	948
T(25,44) =	12996	T(25,45) =	8253	T(25,59) =	10891
T(25,66) =	15614	T(25,73) =	130984	T(26,36) =	1941

Tabela 6.9 - Matriz estimada de viagens de ônibus, obtida através da alocação da matriz O-D estimada à rede de ônibus da área de estudo (Continuação).

T(26,41) = 13	T(26,75) = 5925	T(26,77) = 0
T(27,34) = 845	T(27,74) = 16769	T(28,59) = 7054
T(29,49) = 4486	T(29,76) = 121664	T(30,68) = 6728
T(30,73) = 3221	T(31,44) = 11882	T(31,68) = 2142
T(31,73) = 16910	T(32,40) = 12650	T(32,61) = 16764
T(32,63) = 6478	T(32,74) = 26894	T(32,77) = 22324
T(33,68) = 19146	T(34,68) = 19187	T(34,73) = 0
T(34,74) = 657	T(35,49) = 11872	T(35,56) = 12848
T(35,72) = 10670	T(36,75) = 35746	T(37,58) = 9325
T(37,62) = 2003	T(37,64) = 4401	T(37,67) = 487
T(37,69) = 1285	T(37,75) = 26811	T(37,76) = 1616
T(37,77) = 173	T(38,39) = 791	T(38,60) = 1757
T(38,72) = 26196	T(38,76) = 37285	T(39,43) = 8033
T(39,56) = 14284	T(39,60) = 13931	T(39,72) = 23511
T(39,76) = 23978	T(40,61) = 35943	T(40,63) = 18833
T(40,74) = 18270	T(40,77) = 65691	T(41,50) = 168
T(41,54) = 2	T(41,57) = 0	T(41,68) = 6
T(41,70) = 0	T(41,73) = 1	T(41,77) = 230550
T(42,53) = 7937	T(42,65) = 15791	T(43,56) = 3544
T(43,60) = 7180	T(43,72) = 5890	T(44,45) = 18057
T(44,65) = 7726	T(44,73) = 61618	T(45,65) = 22461
T(45,73) = 45177	T(45,77) = 148	T(46,62) = 27346
T(46,69) = 42290	T(46,76) = 193319	T(47,51) = 7433
T(47,67) = 2576	T(47,69) = 3398	T(47,71) = 11081
T(47,75) = 84157	T(47,76) = 51540	T(47,77) = 1202
T(48,63) = 32	T(48,65) = 15827	T(48,73) = 28985
T(48,77) = 77	T(49,56) = 7683	T(49,72) = 7308
T(49,76) = 48786	T(50,54) = 13232	T(50,57) = 925
T(50,68) = 24470	T(50,70) = 98	T(50,73) = 14986
T(50,77) = 1733	T(51,69) = 16505	T(51,71) = 3049
T(51,75) = 12233	T(51,76) = 59027	T(52,62) = 3505
T(52,64) = 623	T(52,69) = 469	T(52,70) = 5882
T(52,76) = 900	T(53,65) = 13308	T(54,57) = 5299
T(54,70) = 3683	T(54,77) = 80	T(55,67) = 33597
T(55,71) = 31127	T(55,75) = 19361	T(55,77) = 25692
T(56,72) = 42801	T(56,76) = 31808	T(57,70) = 16305
T(57,77) = 2	T(58,62) = 7838	T(58,64) = 16141
T(58,67) = 3616	T(58,69) = 4227	T(58,75) = 52102
T(58,76) = 4782	T(58,77) = 1524	T(59,66) = 8467
T(59,73) = 42661	T(60,72) = 101558	T(60,76) = 30212
T(61,63) = 30423	T(61,74) = 10574	T(61,77) = 55059
T(62,64) = 20685	T(62,67) = 569	T(62,69) = 12795

Tabela 6.9 - Matriz estimada de viagens de ônibus, obtida através da alocação da matriz O-D estimada à rede de ônibus da área de estudo (Continuação).

T(62,70) = 1449	T(62,71) = 2460	T(62,75) = 31666
T(62,76) = 0	T(62,77) = 465	T(63,65) = 4
T(63,66) = 486	T(63,73) = 177	T(63,74) = 1802
T(63,77) = 162110	T(64,67) = 618	T(64,69) = 12648
T(64,70) = 31	T(64,71) = 2572	T(64,75) = 35835
T(64,76) = 17279	T(64,77) = 549	T(65,73) = 33919
T(65,77) = 111	T(66,73) = 42483	T(66,77) = 1744
T(67,71) = 64274	T(67,72) = 207	T(67,75) = 42459
T(67,76) = 2133	T(67,77) = 74798	T(68,73) = 54902
T(68,77) = 0	T(69,70) = 144	T(69,75) = 17236
T(69,76) = 158887	T(70,76) = 1414	T(70,77) = 0
T(71,72) = 1373	T(71,75) = 271605	T(71,76) = 33700
T(71,77) = 37068	T(72,75) = 20376	T(72,76) = 252055
T(72,77) = 1413	T(73,77) = 3006	T(74,77) = 37329
T(75,76) = 185439	T(75,77) = 49024	T(76,77) = 18699

Capítulo VII - ANÁLISE DO DESEMPENHO DO MODELO PROPOSTO

7.1 - Introdução.

No capítulo anterior apresentou-se o desenvolvimento de um estudo empírico, no qual o modelo gravitacional-de oportunidades proposto foi usado para estimar fluxos intermunicipais de passageiros por transporte público, numa área situada no Estado de Santa Catarina. Neste capítulo serão analisados os resultados obtidos, avaliando-se o desempenho do modelo proposto.

De forma geral, o desempenho de um modelo de distribuição de viagens é avaliado medindo-se a 'proximidade' das matrizes de viagem estimada e observada. Várias estatísticas distintas foram definidas para medir essa 'proximidade', como se pode ver nos trabalhos de Wilson [81], Smith e Hutchinson [64], Ayeni [3] e Thomas [72].

A seguir, são descritas as principais estatísticas usadas na avaliação dos modelos de distribuição de viagens, as quais serão utilizadas para avaliar o desempenho do novo modelo. A seguinte notação será utilizada:

T_{ij}^* - número observado de viagens na célula (i,j);

T_{ij} - número estimado de viagens na célula (i,j);

\bar{T}^* - número médio de viagens observadas por célula;

$T^* = \sum_{ij} T_{ij}^*$ - número total de viagens observadas;

ncel - número de células da matriz O-D, com fluxos estimados.

7.2 - Descrição das Estatísticas Utilizadas.

7.2.1 - Índice de dissimilaridade.

O índice de dissimilaridade entre as matrizes de viagem

observada e estimada, denotado por ID, é definido pela equação:

$$ID = \frac{50}{T^*} \sum_{ij} | T_{ij}^* - T_{ij} | \quad (7.1)$$

Usando a desigualdade triangular, pode-se verificar facilmente que os valores de ID variam entre 0 e 100. Quanto maior for ID, pior será o ajuste (ou proximidade) entre as matrizes de viagem observada e estimada.

Além disso, essa estatística tem uma interessante interpretação (ver Thomas, [72]): Ela mede a porcentagem de viagens que necessitam ser realocadas entre os pares de origem-destino, a fim de que a matriz de viagem estimada coincida com a matriz de viagem observada.

Uma outra vantagem dessa estatística é que os resultados obtidos para matrizes de viagem de ordens diferentes podem ser comparados (ver Thomas, [72]).

7.2.2 - Erro médio absoluto normalizado.

O erro médio absoluto normalizado, denotado por EMAN, é definido por

$$EMAN = \sum_{ij} \left| \frac{T_{ij}^* - T_{ij}}{\bar{T}^*} \right|, \quad (7.2)$$

e também pode ser usado para comparar diferentes matrizes de viagem (ver Smith e Hutchinson [64]).

7.2.3 - Root mean square error.

O root mean square error, denotado por RMSE, é definido pela equação

$$RMSE = \left[\sum_{ij} \frac{(T_{ij}^* - T_{ij})^2}{n_{cel}} \right]^{1/2} \quad (7.3)$$

Esta estatística é baseada na distância Euclidiana, sendo muito sensível a grandes erros absolutos. Os valores obtidos não têm qualquer interpretação (ver Wilson, [81]).

Além disso, ela é afetada pelas características dos fluxos existentes na área de estudo. Geralmente, seu valor depende do número total de viagens, aumentando à medida que esse número cresce (ver Smith e Hutchinson [64]).

7.2.4 - Erro quiquadrado.

O erro quiquadrado, denotado por χ^2 , é definido pela equação

$$\chi^2 = \sum_{ij} \frac{(T_{ij}^* - T_{ij})^2}{T_{ij}} \quad (7.4)$$

Essa estatística também é muito sensível a grandes erros absolutos. Além disso, os testes com essa medida produzem valores de χ^2 extremamente altos (ver Wilson [81]).

7.2.5 - Estatística PHI - normalizada.

A estatística PHI - normalizada, denotada por NPHI, é definida pela equação

$$NPHI = \sum_{ij} \frac{T_{ij}^*}{T^*} \left| \ln (T_{ij}^* / T_{ij}) \right| \quad (7.5)$$

Essa estatística é baseada na Teoria da Informação e assume o valor zero quando as matrizes de viagem observada e estimada coincidem. Quanto maior for o valor de NPHI, pior será o ajuste entre as matrizes de viagem observada e estimada.

A estatística NPHI também tem a importante propriedade de poder ser utilizada para comparar o ajuste de diferentes matrizes de viagem. Ela é considerada apropriada para avaliar o desempenho de modelos de viagens alternativos (ver Smith e Hutchinson [64]).

O programa 'AVALIA.FOR', que será descrito a seguir, possibilita a determinação de todas as estatísticas listadas. Entre elas, o índice de dissimilaridade e a estatística PHI-normalizada são consideradas as mais relevantes para avaliar o desempenho do modelo proposto.

7.3 - Programa 'AVALIA.FOR'.

O objetivo deste programa é determinar o valor das estatísticas dadas pelas equações (7.1) a (7.5).

Os inputs do programa estão contidos no arquivo 'FITNESS', que contém as viagens estimadas alocadas à rede de ônibus e as viagens observadas entre todos os pares de zonas diretamente ligadas por linha de ônibus. Os outputs do programa estão contidos no arquivo 'ESTATIST', que contém os valores das estatísticas implementadas.

7.4 - Valores Obtidos para as Estatísticas Implementadas.

A tabela 7.1 apresenta as estatísticas obtidas através do programa 'AVALIA.FOR'. Uma análise dessas estatísticas será feita na secção que segue.

Tabela 7.1 - Valores das diversas estatísticas determinadas para avaliar o desempenho do modelo gravitacional de oportunidades proposto.

Estatística	Valor
Índice de dissimilaridade	19,2379
Erro médio absoluto normalizado	114,2731
Root mean square error	12845,8014
Erro quiquadrado	223 542 477,02
Estatística PHI-normalizada	0,4274

7.5 - Análise dos Resultados Obtidos.

As estatísticas usadas para avaliar os resultados do modelo estão de acordo com o esperado. Elas apresentam coerência com estudos anteriores (ver Ulysséa Neto [73]) e validam o exercício de modelagem desenvolvido.

Como foi citado na secção 7.2.4, geralmente a estatística χ^2 apresenta valores extremamente altos quando ela é usada para avaliar matrizes de viagens. Particularmente, isso ocorre quando o número total de viagens no sistema é muito grande, como na área de estudo, onde o número total de viagens observadas é

$$T^* = 5\ 205\ 282 .$$

Entre as estatísticas calculadas, o índice de dissimilaridade, pela sua interpretação clara, permite uma análise melhor. Pode-se dizer que do total de viagens, aproximadamente 19% (dezenove por cento) devem ser realocadas entre os pares de origem-destino, para que a matriz de viagens observada seja reproduzida.

Esse índice pode ser considerado bastante satisfatório. De fato, Thomas [72] aplicou o modelo gravitacional para estudar os padrões de viagens diárias para o trabalho em Merseyside, na região de Liverpool (U.K.), obtendo um índice de dissimilaridade de 27,45%. Em sua conclusão, ele salienta que mesmo ocorrendo erros bastante sérios nas estimativas fornecidas pelo modelo, ele constitui uma importante ferramenta que propicia maior entendimento dos padrões de interação espacial, auxiliando na formulação de políticas de desenvolvimento.

É importante salientar, neste momento, que os valores das estatísticas apresentadas são afetados por um erro decorrente de deficiências no conjunto de dados utilizados. Na secção 6.8 foi visto que as viagens observadas se referem aos pares de zonas diretamente ligadas por linha de ônibus. Assim, para poder comparar os fluxos observados e estimados foi feita a alocação das viagens estimadas à rede de ônibus. Com isso, as viagens com conexões foram desdobradas em viagens mais curtas, aumentando o número de viagens alocadas à rede. De fato, o número total de viagens observadas é

$$T^* = 5\ 205\ 282$$

e o número total de viagens alocadas à rede é

$$T = 5\ 427\ 694 .$$

Isso implica numa distorção, ainda que pequena, das estatísticas de avaliação do desempenho do modelo. No caso do índice de dissimilaridade essa distorção pode chegar a 2,14%.

Observa-se, no entanto, que essa distorção é decorrente do fato de não haver uma 'verdadeira' matriz O-D observada e que ela não invalida o exercício de modelagem desenvolvido. Salienta-se que, se houvesse interesse das empresas de transporte, um pequeno esforço seria suficiente para obter uma 'verdadeira' matriz de viagem observada. Bastaria especificar, na emissão do ticket de viagem, a origem e o destino final da mesma.

Finalmente, uma comparação entre as distribuições de frequência das viagens observadas e estimadas (ver figuras 7.1 e 7.2), mostra que o modelo reproduz de forma satisfatória os padrões de fluxos de passageiros por transporte público, existentes na área de estudo. De fato, pode-se ver nas figuras 7.1 e 7.2, que tanto os picos como sua posição nas distribuições de frequência observadas, são reproduzidos de forma satisfatória nas distribuições de frequência das viagens estimadas.

Dessa forma, com base nos resultados obtidos, pode-se dizer que foram reunidas evidências empíricas suficientes, para sugerir que a base teórica desenvolvida é válida para simular situações reais.

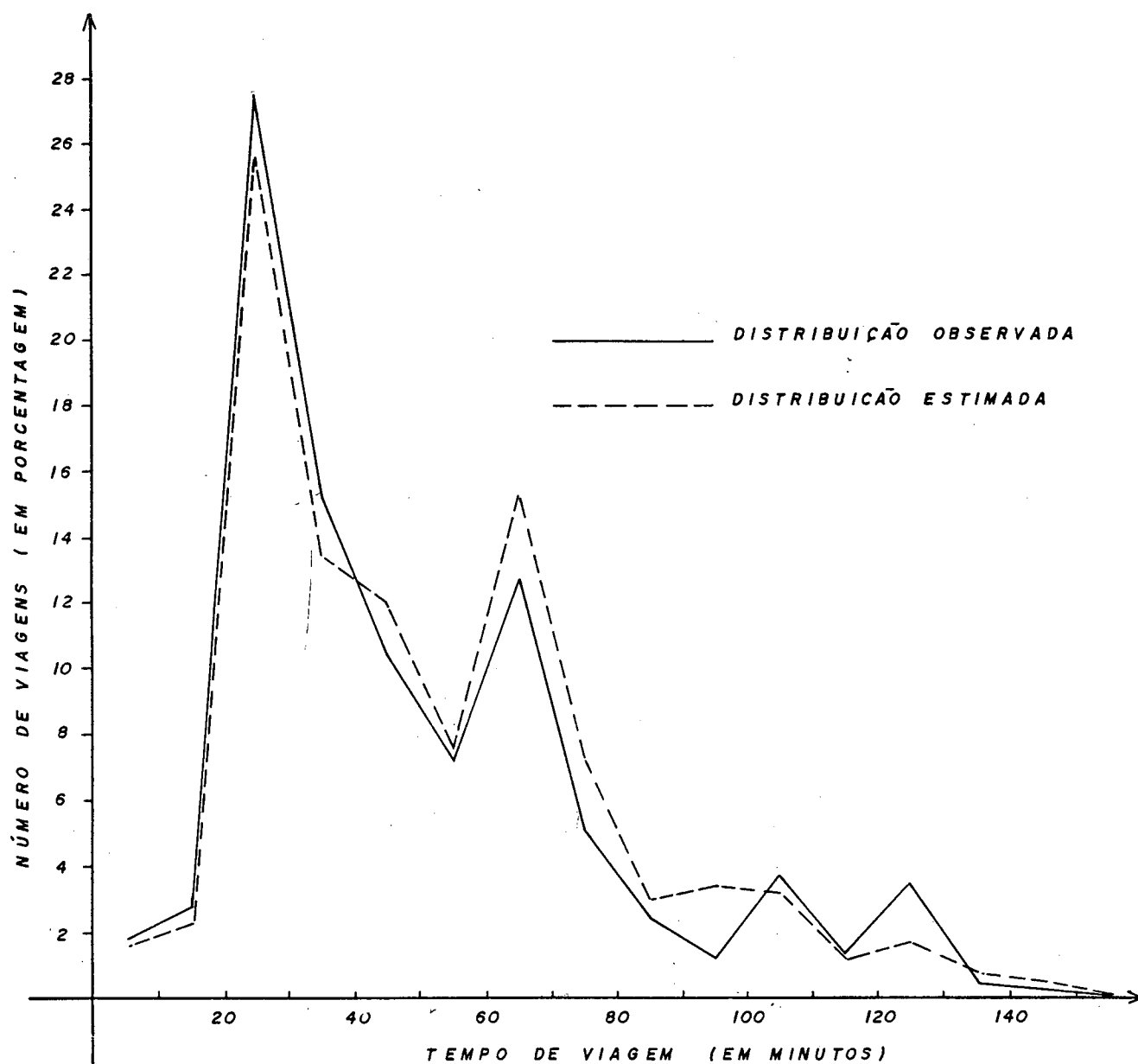


Fig. 7.1 - Comparação entre as distribuições de frequência das viagens observadas e estimadas (tempo de viagem x porcentagem de viagens).

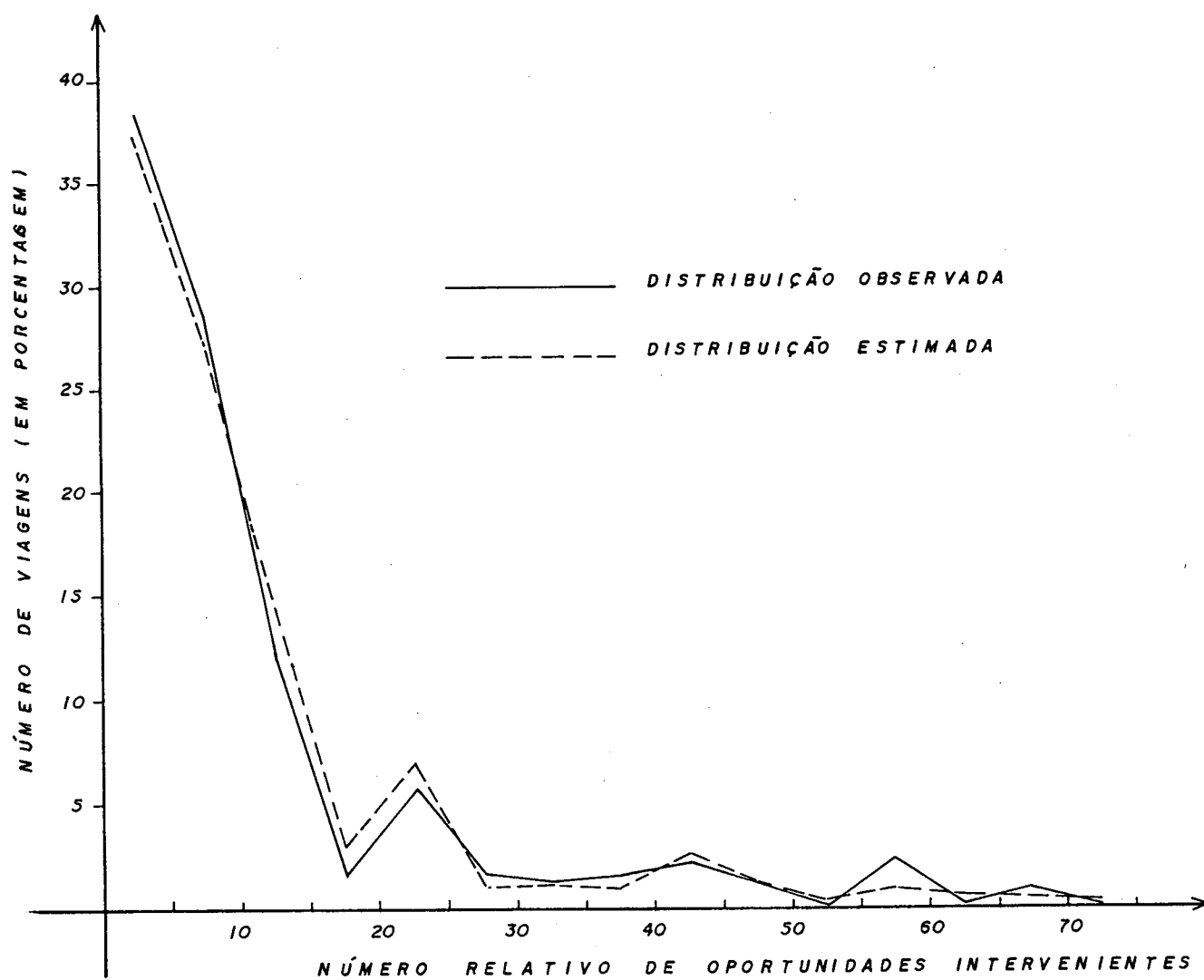


Fig. 7.2 - Comparação entre as distribuições de frequência das viagens observadas e estimadas (número relativo de oportunidades intervenientes x porcentagem de viagens).

7.6 - Outros Testes Empíricos Realizados.

7.6.1 - Aplicação do modelo gravitacional à área de estudo.

A fim de melhor avaliar os resultados obtidos com a aplicação do novo modelo à área de estudo, decidiu-se aplicar, na mesma área, o modelo gravitacional apresentado no capítulo II. Para isso, foi implementada a sua calibração através do procedimento de Furness e do método de Hyman, descritos na secção 2.2.3.

A calibração foi totalmente bem sucedida, tendo sido implementada através do programa 'GRAVITA.FOR', desenvolvido pela autora. Os inputs desse programa estão contidos nos arquivos 'CMINIMO' e 'Tobs', já utilizados na calibração do novo modelo. Os outputs do programa estão contidos nos arquivos 'GVIAGENS' e 'GFATBAL'.

A seguir, as viagens estimadas foram alocadas à rede e foram determinadas as estatísticas listadas na secção 7.2. Para isso, os programas utilizados foram os mesmos usados na aplicação do modelo gravitacional-de oportunidades proposto.

A tabela 7.2 apresenta os valores obtidos para as estatísticas. Pode-se observar que todas as estatísticas apresentam valores piores do que os obtidos para o novo modelo. Isso vem comprovar empiricamente que os efeitos de impedância devidos à 'distância' e às oportunidades intervenientes são complementares, validando as premissas básicas assumidas na concepção do novo modelo.

Tabela 7.2 - Valores das diversas estatísticas determinadas para avaliar o desempenho do modelo gravitacional.

Estatística	Valor
Índice de dissimilaridade	19,7447
Erro médio absoluto normalizado	117,2835
Root mean square error	12888,6961
Erro quiquadrado	239 395 320,55
Estatística PHI-normalizada	0,4490

7.6.2 - Formas alternativas de medir o número de oportunidades intervenientes.

Como foi visto na secção 6.5.2, a definição das oportunidades intervenientes é um dos pontos mais cruciais para a aplicação prática do modelo proposto. Além disso, como Stouffer ([68] e [69]) já alertou, a definição correta do que seja uma oportunidade interveniente depende da particular situação em estudo.

No decorrer do desenvolvimento deste trabalho, foram testados empiricamente alguns critérios distintos para medir o número de oportunidades intervenientes. Por exemplo, na questão de 'quais zonas serão consideradas intervenientes entre um par (i,j) ', inicialmente, a zona de origem não foi considerada.

Uma segunda tentativa consistiu em considerar intervenientes somente as zonas que se encontram sobre o caminho mínimo entre i e j .

Uma outra tentativa, ainda, consistiu em considerar como intervenientes entre i e j , todas as zonas i' tais que

$$c(i',j) < c(i,j).$$

Neste caso, o nível hierárquico não foi levado em consideração.

Na questão de 'como medir o número de oportunidades numa zona j ', foi feita uma tentativa no sentido de usar como variável explicativa a população P_j . Para isso, foi definido um índice relativo de oportunidades dado por

$$V_j = \frac{P_j}{\min_j P_j}.$$

Para todas essas formas distintas de definir o número de oportunidades intervenientes, o modelo foi calibrado com sucesso, qualquer que fosse o nível de precisão desejado. Além disso, os valores obtidos para as estatísticas, listadas na secção 7.2, situam-se entre os apresentados nas tabelas 7.1 e 7.2. Isso mostra a robustez do modelo, tanto do ponto de vista teórico, pelo sucesso obtido na calibração, como do ponto de vista prático, pela

comprovação empírica das premissas básicas assumidas na concepção do modelo.

7.6.3 - Aplicação do modelo proposto a uma área menor, formada por 44 municípios.

Uma análise visual da matriz de viagens estimadas (Tabela 6.9), sugeriu que nas estimativas dos fluxos para a zona número 77, correspondente à Grande Florianópolis, os erros parecem ser maiores. Além disso, analisando visualmente a matriz observada (Tabela 6.4), tem-se a impressão que esta zona atrai viagens independentemente da distância e/ou do número de oportunidades intervenientes. Calculou-se, então, o custo médio e o número médio de oportunidades intervenientes observados das viagens para esta zona (CMO_{77} e WMO_{77} , respectivamente), encontrando-se

$$CMO_{77} = 112,5052 \quad \text{e} \quad WMO_{77} = 24,6415 .$$

Esses valores são quase o dobro dos valores encontrados para a área de estudo (ver secção 6.7) e fornecem evidências para formular a seguinte hipótese:

Florianópolis, por ser a capital administrativa do Estado, atrai viagens do Estado inteiro, não ocorrendo o mesmo nível de dependência da distância e/ou das oportunidades intervenientes como nas demais zonas.

Decidiu-se, então, aplicar o modelo a uma área de estudo menor, que não incluísse Florianópolis. A escolha dessa área foi feita de forma que todos os níveis hierárquicos fossem representados e que contivesse os caminhos mínimos ligando todos os pares de zonas. A figura 7.3 mostra essa nova área escolhida, onde, no círculo interior a cada zona, aparece o número de código que passou a ser adotado. Na figura 7.4, ilustra-se a rede de ônibus dessa nova área, de acordo com os mesmos critérios usados na secção 6.4.1.

Os programas desenvolvidos para determinar caminhos mínimos e oportunidades intervenientes, calibrar, alocar as viagens estimadas à rede e avaliar os resultados obtidos foram adaptados para esta

nova área. Novamente, a calibração foi bem sucedida, qualquer que fosse o nível de precisão desejado.

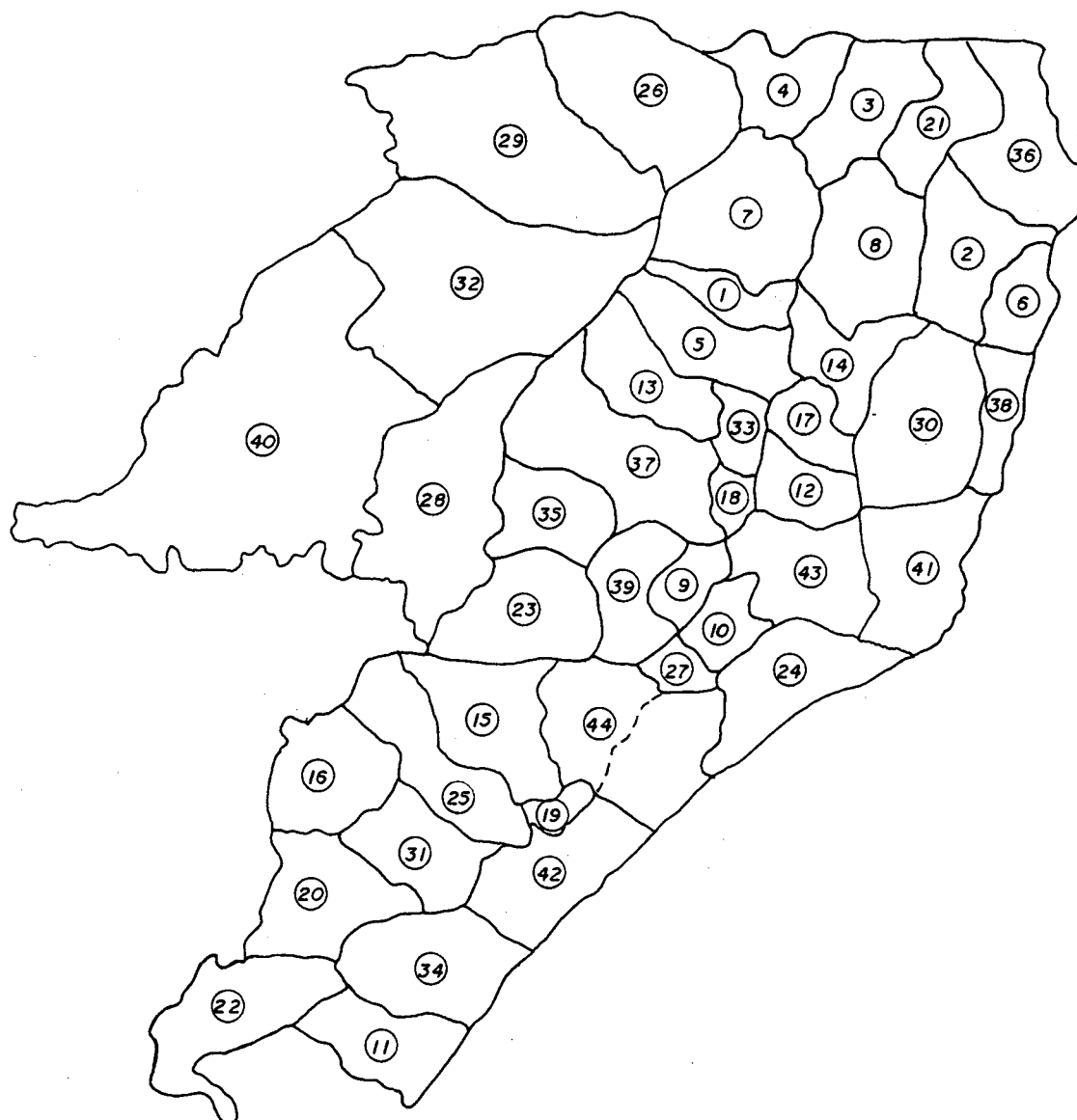


Fig. 7.3 - Mapa da nova área de estudo, com suas 44 zonas de tráfego.

Na figura 7.5, apresenta-se uma comparação entre as distribuições de frequência de comprimento de viagem (tempo) observada e estimada. Na tabela 7.3 são listados os resultados das estatísticas apresentadas na secção 7.2.

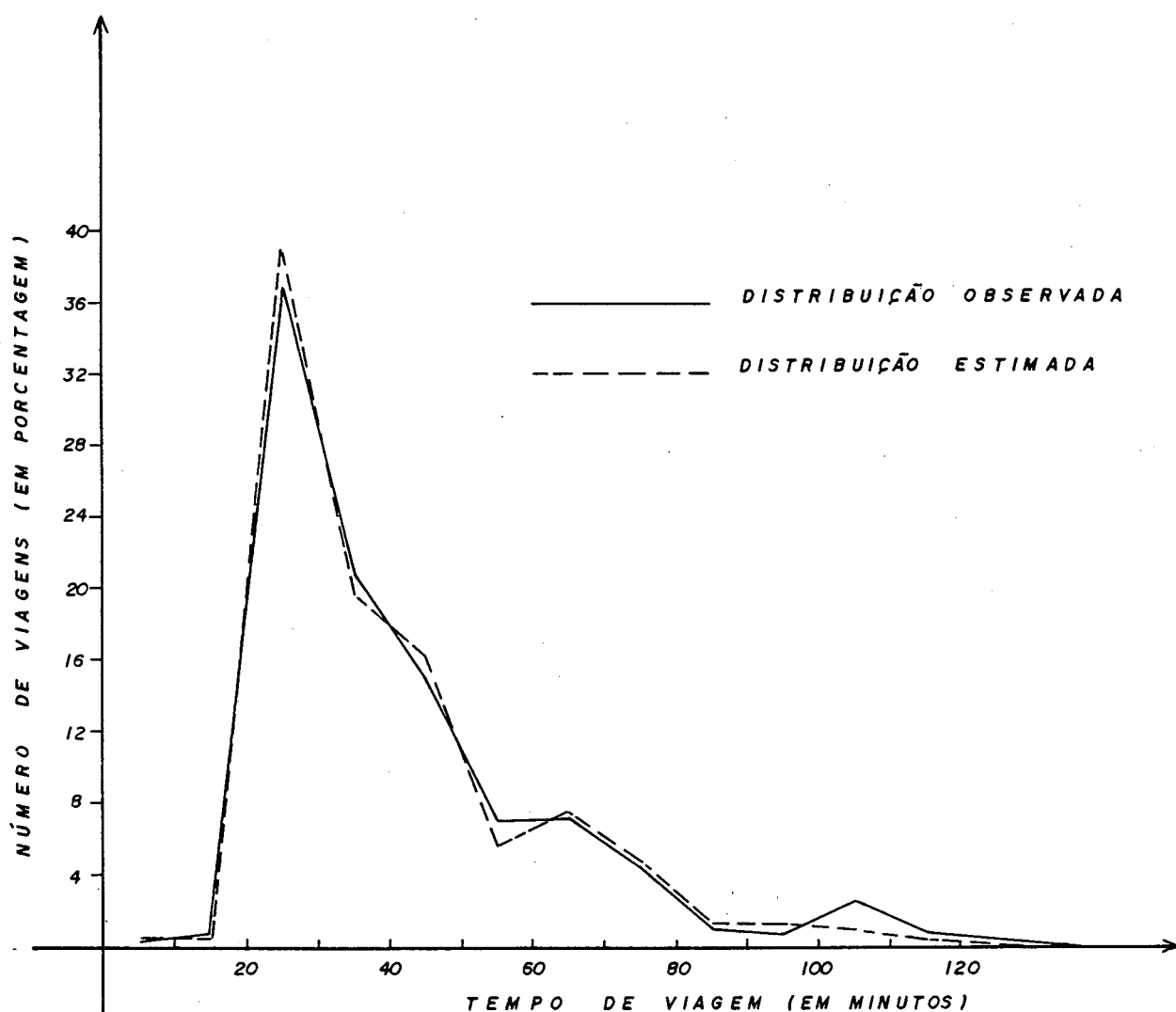


Fig. 7.5 - Comparação entre as distribuições de frequência das viagens observadas e estimadas da nova área de estudo (tempo de viagem x porcentagem de viagens).

Tabela 7.3 - Valores das diversas estatísticas determinadas para avaliar o desempenho do modelo gravitacional - de oportunidades, para a nova área de estudo.

Estatística	Valor
Índice de dissimilaridade	15,8809
Erro médio absoluto normalizado	59,7121
Root mean square error	9474,85
Erro quiquadrado	173 131 146,95
Estatística PHI-normalizada	0,3490

Analisando esses resultados, pode-se ver que o modelo reproduziu muito bem os padrões de fluxos existentes na área em questão, tendo ocorrido uma melhoria considerável nas estatísticas determinadas.

Os resultados obtidos são considerados muito importantes. Em primeiro lugar, porque comprovam a robustez do modelo desenvolvido. Em segundo lugar, porque fornecem evidências empíricas de que a hipótese formulada no início desta seção é verdadeira. Isso pode auxiliar no entendimento dos padrões de interação espacial de nosso Estado.

7.7 - Comentários.

Os diversos testes empíricos realizados com o modelo desenvolvido, mostram que o mesmo é operacional e validam as premissas básicas assumidas na sua concepção.

Observa-se, no entanto, que o conjunto de dados disponíveis para os testes apresenta deficiências. Embora essas deficiências não invalidem o exercício de modelagem desenvolvido, elas introduzem algumas distorções nos resultados obtidos.

As deficiências mais significantes do conjunto de dados são:

- (1) Não existe uma 'verdadeira' matriz de O-D observada; e

(2) não existem informações desagregadas que permitam determinar os pesos referentes aos diversos propósitos de viagem.

Por causa da ausência de uma real matriz de viagem observada, o custo médio e o número médio de oportunidades intervenientes por viagem foram calculados a partir dos tickets de passagens. Dessa forma, eles com certeza foram subestimados, já que algumas viagens devem apresentar conexões.

Houve, também, em função dessa deficiência dos dados, a necessidade de alocar as viagens estimadas à rede, para poder avaliar o desempenho do modelo. Mesmo que o critério de alocação 'tudo ou nada' utilizado seja considerado bastante realístico para a situação em estudo, alguns erros são introduzidos nesta etapa. Por exemplo, uma pequena distorção é introduzida devido ao fato de que as viagens que necessitam conexões são desdobradas, aumentando o número total de viagens estimadas, após a alocação.

Por não existirem informações desagregadas referentes aos diversos propósitos de viagem, os pesos a eles atribuídos foram fixados de uma forma um tanto arbitrária. Isso também pode contribuir para diminuir a precisão dos resultados encontrados.

É importante salientar que as deficiências citadas e as distorções por elas provocadas, com um pequeno esforço, podem ser minoradas. Na ocasião do preenchimento do ticket de viagem, é possível, facilmente, obter as informações necessárias. Na figura 7.6 apresenta-se uma proposta para que essas informações sejam obtidas.

Finalmente, observa-se que seria importante despertar o interesse das empresas de transporte por esse tipo de estudo. Dessa forma, algumas distorções visíveis no conjunto de dados utilizados, provavelmente não apareceriam nos dados que passassem a ser coletados.

Cidade de origem:.....	
Destino final:.....	
Propósito de viagem:	
<input type="checkbox"/> compras e negócios	<input type="checkbox"/> educação
<input type="checkbox"/> saúde	<input type="checkbox"/> outros

Fig. 7.6 - Proposta de ficha que acompanharia a emissão dos tickets de viagem, de forma a obter uma 'verdadeira' matriz de viagens observada e os pesos dos principais propósitos de viagem.

Capítulo VIII - CONCLUSÕES

Neste capítulo apresenta-se a avaliação da autora sobre os resultados obtidos no decorrer do trabalho de pesquisa desenvolvido. Em particular, salientam-se as contribuições que este trabalho trouxe para a área científica em que está inserido. Também são sugeridos os pontos que poderão ser enfocados em futuras pesquisas, segundo a visão da autora.

8.1 - Contribuições Gerais.

8.1.1 - Nova visão do modelo de oportunidades intervenientes.

Na secção 2.3 foi apresentado o desenvolvimento teórico do modelo de oportunidades intervenientes. Sua dedução clara e detalhada constitui uma importante contribuição para o entendimento de sua base teórica.

De fato, uma das causas que motivou a pouca popularidade do modelo de oportunidades intervenientes foi a dificuldade encontrada na sua calibração, especialmente, na adoção das restrições de consistência de fluxos. A exigência de que as zonas de destino fossem ordenadas na forma decrescente de acessibilidade a partir de cada zona de origem, dificultava enormemente a aplicação das restrições citadas (ver Wills, [78]). No entanto, através da análise da dedução apresentada, pode-se ver que a ordenação só é necessária na dedução do modelo. A definição de uma matriz adequada de oportunidades intervenientes possibilita a utilização do mesmo sem o requisito tradicionalmente exigido.

Desse entendimento, resultam duas outras importantes contribuições de aspecto prático:

- (i) Diminuição da complexidade de operacionalização da calibração do modelo; e
- (ii) eliminação das barreiras notacionais que dificultavam a sua amalgamação com os modelos gravitacionais.

8.1.2 - Contribuição metodológica para o desenvolvimento de modelos de interação espacial.

No capítulo III foi apresentada a concepção e o desenvolvimento do novo modelo gravitacional - de oportunidades proposto. A metodologia usada na sua dedução é análoga à utilizada por Wilson [79] para deduzir o modelo gravitacional entrópico. No entanto, os dois procedimentos apresentam critérios diferentes para determinar a mais provável matriz de viagens. Wilson supôs inicialmente que todos os microestados têm a mesma probabilidade de ocorrer, e então, determinou a matriz de viagens que tem o maior número de microestados a ela associados.

Na dedução do modelo gravitacional - de oportunidades proposto supõe-se que microestados distintos podem ter probabilidades diferentes de ocorrer. Determina-se, então, a matriz de viagens que tem máxima probabilidade, sendo que esta probabilidade é obtida multiplicando-se o número de microestados que lhe dão origem pela probabilidade de qualquer microestado a ela associado.

Vê-se, assim, que na metodologia utilizada por Wilson, todas as informações são introduzidas na forma de restrições e que na dedução do novo modelo utiliza-se um procedimento híbrido, ou seja, são usadas informações a priori, bem como são introduzidas informações na forma de restrições. Esta metodologia pode constituir uma importante ferramenta para concepção e dedução de modelos de interação espacial.

8.2 - Contribuições Específicas do Novo Modelo Gravitacional - de Oportunidades.

8.2.1 - Aumento na precisão.

Na secção 2.5 foi evidenciada a complementaridade dos efeitos de impedância relativos à distância e às oportunidades intervenientes entre os diversos pares de origem e destino. O modelo gravitacional - de oportunidades proposto foi então desenvolvido de

forma a aprimorar os modelos gravitacionais e de oportunidades intervenientes, que serviram de base para sua concepção e dedução. Esse aprimoramento é traduzido no aumento de precisão das estimativas de viagens. Por sua vez, esse acréscimo de precisão que era esperado e que foi comprovado na aplicação prática desenvolvida, é fruto de uma redução do erro de especificação no que diz respeito aos fatores de impedância contemplados.

Além disso, como na definição das oportunidades são utilizadas variáveis sócio-econômicas relacionadas com os principais propósitos de viagem, pode-se dizer que, em relação ao modelo gravitacional, o modelo desenvolvido contempla mais os aspectos comportamentais que influenciam na formação dos padrões espaciais de fluxos. Também em relação ao modelo gravitacional, pode-se dizer que o modelo desenvolvido apresenta um grau maior de 'causalidade'.

8.2.2 - Redução de Complexidade.

Em relação às tentativas anteriores de amalgamar os modelos gravitacional e de oportunidades intervenientes (ver secção 2.4), pode-se dizer que a maior vantagem apresentada pelo novo modelo é a sua simplicidade.

De fato, a grande simplicidade do modelo proposto e a sua similaridade com o modelo gravitacional, são dois atributos muito importantes, que contribuirão para que o modelo seja efetivamente usado na prática.

8.2.3 - Operacionalidade.

No capítulo IV foi aplicado o princípio estatístico da máxima verossimilhança para estimar os parâmetros do modelo proposto. O conjunto de equações obtidas (equações 4.11 a 4.14), forneceu a base teórica para operacionalizar a sua calibração.

O procedimento de calibração, desenvolvido no capítulo V, comprova a grande operacionalidade do modelo do ponto de vista

teórico. Do ponto de vista prático, poderia ser esperada uma certa dificuldade para operacionalizar o conceito de 'oportunidade interveniente'. No entanto, o procedimento adotado na secção 6.5.2, mostra que isso é possível, comprovando a operacionalidade do modelo para simular situações reais.

Dessa forma, pode-se dizer que a simplicidade do modelo (realçada na secção anterior) e a facilidade de sua operacionalização, são duas características fundamentais, que contribuirão para a popularização de modelos gravitacionais - de oportunidades.

8.3 - Contribuições Oriundas da Aplicação Prática Desenvolvida.

8.3.1 - Aplicabilidade da Teoria de Christaller e Método de Palomaki em estudos de transporte.

Para viabilizar alguns aspectos do desenvolvimento da aplicação prática apresentada no capítulo VI, as zonas de tráfego foram ordenadas na ordem crescente de seu nível hierárquico. O nível hierárquico das zonas foi definido de acordo com a Teoria do Lugar Central de Christaller e Método de Palomaki e foi obtido de um estudo sobre o sistema urbano catarinense, que faz parte de um estudo mais amplo sobre dimensionamento, racionalização e integração dos transportes em Santa Catarina (ver Peluso Junior et alii. [64]).

Os resultados obtidos na aplicação prática fornecem fortes evidências da validade da hipótese formulada na secção 6.3 e que é reescrita a seguir:

A maioria das viagens do sistema de interesse é motivada pela necessidade dos habitantes que moram em centros 'menores' buscarem bens ou serviços em centros 'maiores'.

Além disso, o conjunto de testes realizados comprova empiricamente que as oportunidades que intervêm entre um par de zonas de origem-destino (i,j) dependem do nível hierárquico de i e do nível hierárquico das zonas que se interpõem entre i e j .

Conclui-se, assim, que a hierarquização adotada constituiu uma importante ferramenta na definição das oportunidades intervenientes.

Num nível mais geral, pode-se dizer que os testes empíricos realizados evidenciam a aplicabilidade da Teoria de Christaller e Método de Palomaki em estudos integrados sobre o sistema urbano e transportes.

Observa-se, no entanto, que o critério de hierarquização utilizado no Método de Palomaki apresenta algumas deficiências, pois ele não leva em consideração nem a quantidade nem o nível de qualidade de cada uma das funções centrais encontradas nos diversos municípios. Dessa forma, sua utilização em estudos de transporte deve ser feita com alguma precaução.

8.3.2 - Operacionalização da forma de medir oportunidades intervenientes.

Como foi salientado anteriormente, uma das maiores dificuldades na utilização de modelos de oportunidades intervenientes, e consequentemente, também de modelos gravitacionais - de oportunidades, é a definição apropriada do que seja uma oportunidade interveniente.

Na secção 6.5.2, o conceito de oportunidade interveniente foi operacionalizado para a particular situação em estudo. Na visão da autora, isso constitui uma importante contribuição para que modelos de oportunidades intervenientes e/ou modelos gravitacionais - de oportunidades passem a ser efetivamente utilizados por planejadores de transporte.

De fato, embora a definição de oportunidade interveniente ainda continue dependendo da particular situação em estudo, alguns aspectos da metodologia adotada podem ser utilizados de forma geral. Entre esses aspectos citam-se:

(i) A subdivisão do problema de definir as oportunidades intervenientes em dois subproblemas, caracterizados pelas questões:

- Dentro de uma zona de destino, como definir uma oportunidade?

e,

- Dado um par de zonas de origem-destino, (i,j) , quais as zonas intervêm entre i e j ?

(ii) A adoção de um índice relativo de oportunidades.

Além desses aspectos, no âmbito da modelagem agregada, cita-se também, a identificação dos principais propósitos de viagem e das variáveis sócio-econômicas associadas a esses propósitos.

A utilização desses elementos, sem dúvida, facilitará a definição das oportunidades intervenientes nas diversas situações.

8.3.3 - Comprovação empírica da complementaridade dos efeitos de impedância devidos à distância e às oportunidades intervenientes.

Como foi visto no capítulo III, na concepção do modelo proposto, além das hipóteses de consistência de fluxos, foi assumido que o número de viagens entre duas zonas é inversamente proporcional à distância e também ao número de oportunidades que se interpõem entre elas. No capítulo VII, viu-se que a aplicação prática desenvolvida comprovou a coerência e robustez teóricas do modelo proposto, validando as premissas básicas adotadas na sua concepção.

Assim, o aumento de precisão, teoricamente esperado e verificado na aplicação prática, é devido à diminuição dos erros de especificação da função de impedância. Isso comprova empiricamente a complementaridade dos efeitos de impedância devidos à distância e às oportunidades intervenientes.

8.3.4 - Aumento do entendimento dos padrões de fluxo de passageiros por transporte público intermunicipal no Estado de Santa Catarina.

A aplicação prática desenvolvida, baseada em dados reais, permite uma análise dos fluxos intermunicipais de passageiros por

transporte público, numa parte do Estado de Santa Catarina. Em particular, uma análise comparativa das matrizes de viagem observada e estimada, fornece indícios de que a atração de viagens para Florianópolis não segue as mesmas regras dos demais municípios. Isso é comprovado empiricamente pela 'distância' média e número médio de oportunidades intervenientes das viagens para Florianópolis, que são quase o dobro dos encontrados para a área de estudo.

Pode-se ver dessa forma, que os resultados da aplicação prática desenvolvida podem auxiliar na obtenção de um maior entendimento dos padrões de fluxos intermunicipais de passageiros por transporte público, em nosso Estado.

8.4 - Sugestões para Pesquisas Futuras.

8.4.1 - Desenvolvimento de novas pesquisas empíricas.

A importância e necessidade de pesquisas empíricas para testar modelos de interação espacial é muito bem realçada por Sen [59], num interessante artigo intitulado 'Research Suggestions on Spatial Interaction Models'. Nesse artigo Sen salienta que a teoria sobre modelos de interação espacial alcançou um nível de sofisticação, que torna necessárias pesquisas empíricas expressamente concebidas com o propósito de examinar as construções teóricas desenvolvidas. Sen também salienta que tais pesquisas devem ser feitas com a participação dos envolvidos na teoria de interação espacial.

A aplicação prática desenvolvida comprova empiricamente a validade das recomendações de Sen. De acordo com as conclusões apresentadas na secção 8.3, o exercício de modelagem desenvolvido trouxe importantes contribuições, que propiciam um maior entendimento do modelo proposto, comprovando sua robustez teórica e sua operacionalidade. Sugere-se, no entanto, a realização de novas pesquisas empíricas. Essas pesquisas poderiam ocorrer em outras áreas de Santa Catarina ou mesmo no Estado inteiro. Através delas, seria possível fazer uma análise mais profunda da performance do modelo e os resultados obtidos poderiam ser utilizados para aumentar

o entendimento dos padrões de fluxos de interação espacial em nosso Estado.

Uma área onde seria interessante aplicar o modelo é a região oeste do estado. Esta região encontra-se bastante afastada de Florianópolis, e nela encontram-se municípios de diversos níveis hierárquicos. Através de estudos envolvendo apenas municípios da região e áreas mais abrangentes que contêm Florianópolis, poderia ser analisada, mais profundamente, qual a influência de Florianópolis como pólo atrator de viagens em Santa Catarina.

Uma proposta para melhorar as estimativas de fluxos obtidas pelo modelo seria a introdução de restrições adicionais, de forma a reproduzir a 'distância' média e o número médio de oportunidades intervenientes das viagens para Florianópolis.

8.4.2 - Utilização do novo modelo em modelos combinados (equilíbrio de redes + interação espacial) para planejamento urbano.

Segundo Sen [59], para planejamento urbano, o futuro de modelos de interação espacial será a utilização dos mesmos como inputs para modelos de equilíbrio em redes ou como componentes de modelos que combinam interação espacial e equilíbrio em redes. Ele sugere que as pesquisas sobre modelos combinados devem continuar, incluindo trabalhos empíricos e análise das propriedades estatísticas.

Neste contexto, a utilização de modelos gravitacionais é bastante conhecida (ver, p.ex., Sheffi [62] e Evans [19]). A análise da viabilidade de aplicação de modelos gravitacionais - de oportunidades no lugar de modelos gravitacionais, pode constituir um interessante foco para novas pesquisas, tanto do ponto de vista teórico, como no desenvolvimento de aplicações práticas.

8.4.3 - Utilização de modelos gravitacionais - de oportunidades para estimar tráfego de telefonia interurbana.

A utilização de modelos entrópicos para estimar fluxos de

telefonia foi discutida por Luna [44]. Na conclusão de seu trabalho, ele salienta a possibilidade de utilização de modelos gravitacionais que envolvem fatores de balanceamento, na estimação dos fluxos interurbanos.

O estudo da viabilidade de aplicação de modelos gravitacionais - de oportunidades neste contexto, pode constituir um interessante trabalho de pesquisa a ser desenvolvido.

8.4.4 - Utilização de modelos gravitacionais - de oportunidades para estimar fluxos de comércio varejista.

Tanto modelos gravitacionais como modelos de oportunidades intervenientes têm sido usados como ferramentas auxiliares no planejamento comercial. Um exemplo de aplicação de um modelo de oportunidades intervenientes para análise de localização e dimensionamento de um 'shopping center', pode ser encontrado em Novaes [51]. Alguns artigos recentes (ver Breheny [10] e Guy [31]) comentam a crescente aplicação de modelos gravitacionais no planejamento do comércio varejista.

Neste contexto, a análise da viabilidade de aplicação de modelos gravitacionais - de oportunidades para estimar fluxos de comércio varejista, pode constituir um interessante eixo para pesquisas futuras.

8.4.5 - Utilização de modelos gravitacionais - de oportunidades na avaliação de planos de locação de hospitais, postos de saúde, etc..

Modelos de interação espacial podem ser usados como instrumento auxiliar no planejamento estratégico de serviços de saúde. Num interessante artigo, bastante recente, Taket [71] utilizou o modelo gravitacional para analisar os efeitos de locação de hospitais sobre a população servida. Em sua análise ele abordou os conceitos de 'igual oportunidade' e 'igual acessibilidade' e na sua conclusão ele

ressaltou que a escolha de medidas apropriadas para operacionalizar estes conceitos, deveria ser objeto de novas pesquisas.

O estudo de Taket poderia ser tomado como base para um trabalho de pesquisa, bastante interessante, onde seria analisada a possibilidade de utilização de um modelo gravitacional - de oportunidades na definição de medidas apropriadas para operacionalizar os conceitos citados.

Observa-se, ainda, que seria muito interessante o desenvolvimento de estudos empíricos em nosso Estado. Por exemplo, poderiam ser analisados planos de locação de hospitais regionais, de implantação de tomógrafos, etc..

8.4.6 - Análise do comportamento dos parâmetros de impedância, relacionando-os com o problema linear clássico de transportes.

Uma importante relação entre o parâmetro de impedância, β , do modelo gravitacional e o problema clássico de transportes de programação linear foi dada por Evans [17] e Evans [18]. Essa relação estabelece que o custo da solução do modelo gravitacional como função de β , $C(\beta)$, decresce a medida que β cresce e que

$$\lim_{\beta \rightarrow \infty} C(\beta) = C_{\min} \quad \text{e} \quad \lim_{\beta \rightarrow -\infty} C(\beta) = C_{\max},$$

onde C_{\min} e C_{\max} são os custos mínimo e máximo do problema linear de transportes, respectivamente.

Durante os testes do modelo gravitacional - de oportunidades proposto, observou-se que a medida que o parâmetro de impedância β , associado à 'distância', crescia, diminuía o custo médio estimado. Analogamente, a medida que o parâmetro de impedância λ , associado às oportunidades intervenientes, crescia, diminuía o número médio de oportunidades intervenientes estimado.

Um trabalho de pesquisa, bastante interessante do ponto de vista matemático, seria o estudo de possíveis relações dos parâmetros do modelo proposto com o problema de transportes linear.

Esse estudo é teoricamente importante, porque ele poderá auxiliar na análise da convergência de algoritmos usados na calibração do modelo.

8.4.7 - Análise da eficiência dos métodos de otimização não linear para calibrar o modelo.

Os métodos de calibração baseados na minimização de estatísticas são bastante conhecidos (ver, p.ex., Batty [4] e Novaes [51]). No entanto, eles podem trazer sérios problemas computacionais de 'under e/ou overflow'. Sen [59] refere-se à minimização do erro quiquadrado e algumas outras estatísticas como 'pesadelos computacionais', citando como computacionalmente justificáveis os procedimentos baseados nos métodos da verossimilhança e dos mínimos quadrados.

As estimativas dos parâmetros de modelos através da máxima verossimilhança são muito bem justificadas teoricamente (ver Cordeiro [13]). Mas como na maioria dos casos só é possível obter estimativas aproximadas, não se pode fugir da utilização de métodos numéricos.

No procedimento de calibração adotado para o modelo proposto, utilizou-se o método de Hooke e Jeeves. Embora em todas as tentativas de calibração sempre houve sucesso, dependendo do ponto inicial escolhido, a convergência era bastante demorada. Com base nisso, identifica-se a análise da eficiência dos métodos de otimização existentes e/ou o desenvolvimento de métodos alternativos, como importante foco para pesquisas futuras.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] - Aczél, J. e Daróczy, Z. - On Measures of Information and their Characterizations. New York. Academic Press, 1975.
- [2] - Alonso, W. - Predicting Best with Imperfect Data. Journal of the American Institute of Planners. July 1968.
- [3] - Ayeni, B. - Algorithm 11: Information Statistics for Comparing Predicted and Observed Trip Matrices. Environment and Planning A, vol. 15, pp.1259-1266, 1983.
- [4] - Batty, M. - Urban Modelling, Algorithms, Calibrations, Predictions. Cambridge, Cambridge University Press, 1976.
- [5] - Baxter, M.J. e Ewing, G.O. - Calibration of Production - Constrained Trip Distribution Models and the Effect of Intervening Opportunities. J. Regional Sci. 19(3), pp.319-330, 1979.
- [6] - Bazaraa, M.S. e Shetty, C.M. - Non Linear Programming. New York. John Wiley & Sons, 1979.
- [7] - Beiser, A. - Conceitos de Física Moderna. São Paulo. Polígono e Editora da Universidade de São Paulo, 1969.
- [8] - Bekman, O.T. e Costa Neto, P.L. - Análise Estatística da Decisão. São Paulo, Edgard Blücher, 1980.
- [9] - Ben-Akiva, M.E. - Alternative Travel Behavior Structures - Structure of Passenger Travel Demand Models. Transportation Research Record, 526, National Academy of Sciences, pp.26-42, 1975.
- [10] - Breheny, M.J. - Shalkface to Coalface: a review of the academic - practice interface. Environment and Planning B: Planning and Design, vol. 16, pp. 451-468, 1989.
- [11] - Bruton, M.J. - Introdução ao Planejamento dos Transportes. Rio de Janeiro, Editora Interciência. São Paulo, Editora da Universidade de São Paulo, 1979.
- [12] - Christofides, N. - Graph Theory - An Algorithmic Approach. London. Academic Press, 1975.
- [13] - Cordeiro, G.M. - Introdução à Teoria de Verossimilhança. 10-

Simpósio Nacional de Probabilidade e Estatística, Rio de Janeiro, 1992.

[14] - Corrêa, R.L. - A Rede Urbana. São Paulo, Editora Ática S.A., 1989.

[15] - Ehrlich, P.J. - Pesquisa Operacional: Curso Introdutório. São Paulo, Atlas, 1988.

[16] - Evans, A.W. - Some Properties of Trip Distribution Methods. Transportation Research, vol. 4, pp.19-36, 1970.

[17] - Evans, A.W. - The Calibration of Trip Distribution Models with Exponential or Similar Cost Functions. Transportation Research, vol. 5, pp.15-38, 1971.

[18] - Evans, S.P. - A Relationship between the Gravity model for Trip Distribution and the Transportation Problem in Linear Programming. Transportation Research, vol. 7, pp.39-61, 1973.

[19] - Evans, S.P. - Derivation and analysis of some models for combining trip distribution and assignment. Transportation Research, vol. 10, pp. 37-57, 1976.

[20] - Evans, S.P. and Kirby, H.R. - A Three - Dimensional Furness Procedure for Calibrating Gravity Models. Transportation Research, vol. 8, pp.105-122, 1974.

[21] - Feller, W. - Introdução à Teoria das Probabilidades e suas Aplicações. São Paulo, Edgard Blücher, 1976.

[22] - Finney, N.D. - Trip Distribution Models In "New Perspectives in Urban Transportation Research", Edited by Catanese, A.J., Massachusetts, Lexington Books, 1972.

[23] - Fundação IBGE - IX Recenseamento Geral do Brasil. Vol. 1, número 21, Santa Catarina - Censo Demográfico, 1980.

[24] - Fundação IBGE - IX Recenseamento Geral do Brasil. Vol. 4, número 21, Santa Catarina - Censo Comercial, 1980.

[25] - Fundação IBGE - IX Recenseamento Geral do Brasil. Vol. 5, número 21, Santa Catarina - Censo de Serviços, 1980.

[26] - Galle, O.R. e Taeuber, K.E. - Metropolitan Migration and Intervening Opportunities. American Sociological Review, vol. 31,

nº 1, February, 1966.

[27] - GAPLAN - Municípios Catarinenses: Dados Básicos. Volumes 1 a 4. Governo do Estado de Santa Catarina, 1986.

[28] - GAPLAN - Números de Santa Catarina. Governo do Estado de Santa Catarina, 1986.

[29] - Gaudry, M.J.I. e Wills, M.J. - Estimating the Functional Form of Travel Demand Models. Transportation Research, vol. 12, pp.257-289, 1978.

[30] - Gray, R.H. and Sen, A. Estimating Gravity Models Parameters: A simplified Approach Based on the Odds Ratio. Transportation Research, vol. 17B, pp. 117-131, 1983.

[31] - Guy, C.M. - Spatial Interaction Modelling in Retais Planning Practice: the need for robust statistical methods. Environment and Planning B: Planning and Design, vol. 18, pp. 191-203, 1991.

[32] - Harvey, G. - Research Directions in Travel Demand Analysis. Transportation Research, vol. 19A, pp.455-459, 1985.

[33] - Heanue, K.E. e Pyers, C.E. - A comparative Evaluation of Trip Distribution Procedures. Washington, D.C., Trabalho apresentado na 44th Annual Meeting of the Highway Research Board, 1965.

[34] - Horowitz, J.L. - Travel and Location Behaviour: State of the Art and Research Opportunities. Transportation Research, vol. 19-A, pp.441-453, 1985.

[35] - Humes, A.F.P. de C. ... [et alii.] - Noções de Cálculo Numérico. São Paulo, McGraw-Hill do Brasil, 1984.

[36] - Hutchinson, B.G. - Princípios de Planejamento dos Sistemas de Transporte Urbano. Rio de Janeiro, Guanabara Dois, 1979.

[37] - Hyman, G.M. - The Calibration of Trip Distribution Models. Environment and Planning, vol. 1, pp.105-112, 1969.

[38] - Jaynes, E.T. - Information Theory and Statistical Mechanics. Physical Review, vol.106, nº 4, pp.620-630, 1957.

[39] - Kapur, J.N. - Entropy Maximization Models in Regional and Urban Planning. Int. J. Math. Educ. Sci. Technol., vol. 13, nº6,

pp.693-714, 1982.

- [40] - Kapur, J.N. - Maximum - Entropy Models in Science and Engineering, New Delhi, Wiley Eastern Limited, 1989.
- [41] - Kirby, H.R. - Theoretical Requirements for Calibrating Gravity models. Transportation Research, vol.8, pp.97-104, 1974.
- [42] - Lee Jr., D.B. - Requiem for Large-Scale Models. Journal of the American Institute of Planners, May 1973.
- [43] - Leite, J.A.A. - Metodologia de Elaboração de Teses. São Paulo, McGraw-Hill do Brasil, 1978.
- [44] - Luna, H.P.L. - Modelos para Levantamento e Previsão de Tráfego Telefônico. Pesquisa Operacional, vol. 8, nº 2, pg. 34-46, 1988.
- [45] - Mackett, R. - Course T6: Advanced Transport Modelling - Lecture notes on: Micro - analytical simulation. Intercollegiate MSc Course in Transport.University of London, 1988.
- [46] - Manheim, M.L. - Practical Implications of some Fundamental Properties of Travel-Demand Models. Highway Research Record 422. Highway Research Board. Washington D.C., 1973.
- [47] - McEliece, R.J. - The Theory of Information and Coding (Encyclopedia of Mathematics and its Applications - vol. 3). Massachussetts. Addison-Wesley Publishing Company, 1977.
- [48] - Mello, J.C. - Planejamento dos Transportes. São Paulo, McGraw-Hill do Brasil, 1975.
- [49] - Motta, T.P. - Crítica aos Modelos de Interação Espacial: O que são e a que conduzem. Cadernos do PROPUR (Programa de Pós-Graduação em Planejamento Urbano e Regional da UFRGS). Porto Alegre, 1983.
- [50] - Murany, T.C. e Miller, J.D. - New Applications of the Opportunity Model of Traffic Planning and Design. Chicago Area Transportation Study, 1966.
- [51] - Novaes, A.G. - Modelos em Planejamento Urbano, Regional e de Transportes. São Paulo, Edgard Blücher, 1981.
- [52] - Pas, E.I. - State of the Art and Research Opportunities in

Travel Demand: Another Perspective. Transportation Research, vol. 19-A, pp.460-464, 1985.

[53] - Peluso Junior, V.A., Digiacomo, M. e Pompilio, M.J. - Estudos de Dimensionamento, Racionalização e Integração dos Transportes em Santa Catarina - Volume VI: O Sistema Urbano Catarinense. Secretaria dos Transportes e Obras de Santa Catarina, Florianópolis, 1984.

[54] - Pyers, C.E. - Evaluation of the Intervening Opportunities Trip Distribution Model. Washington D.C., Trabalho apresentado no 44th Annual Meeting of the Highway Research Board, 1965.

[55] - Richards, M.G. e Ben-Akiva, M.E. - A Disaggregate Travel Demand Model. Lexington, Saxon House/Lexington Books, 1975.

[56] - Rodrigues, M. e Dantas, J.R. - Modelos Urbanos: da Concepção à Utilização. Modelos Urbanos, Regionais e de Transportes, São Paulo, IPT, pp.169-175, 1983.

[57] - Ruiter, E.R. - Toward a Better Understanding of the Intervening Opportunities Model. Transportation Research, vol. 1, pp.47-57, 1967.

[58] - Santos, M.P.S. e Braga, M.G.C. - Research Trends in Urban Transport Science: Some Empirical Evidence from Academic Research. Transportation Research, vol. 22-A, pp.57-70, 1988.

[59] - Sen, A. - Research Suggestions on Spatial Interaction Models. Transportation Research, vol. 19A, pp. 432-435, 1985.

[60] - Sen, A. - Maximum Likelihood Estimation of Gravity Model Parameters. Journal of Regional Science, vol. 26, n° 3, pp. 461-474, 1986.

[61] - Sen, A. e Matuszewski, Z. - Properties of Maximum Likelihood Estimates of Gravity Model Parameters. Journal of Regional Science, vol. 31, n° 4, pp. 469-486, 1991.

[62] - Sheffi, Y. - Urban Transportation Networks: Equilibrium Analysis with Mathematical Programming Methods. New Jersey. Prentice - Hall, INC.

[63] - Silveira, J. - Modelos de Planejamento de Uso do Solo Urbano Integrado ao Sistema de Transportes: Aplicação a uma Cidade de Médio Porte. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação de

Engenharia de Produção, UFSC, 1988.

[64] - Smith, D.P. e Hutchinson, B.G. - Goodness of Fit Statistics for Trip Distribution Models. Transportation Research, vol. 15A, pp.295-303, 1981.

[65] - Spitzer, J.J. - A Monte Carlo Investigation of the Box-Cox Transformation in Small Samples. Journal of the American Statistical Association, vol.73, nº 363, 1978.

[66] - Spitzer, J.J. - A Fast and Efficient Algorithm for the Estimation of Parameters in Models with the Box-and-Cox Transformations. Journal of the American Statistical. Association, vol. 77, nº 380, 1982.

[67] - Steinbruch, A. e Winterle, P. - Álgebra Linear. Segunda Edição, São Paulo, McGraw-Hill, 1987.

[68] - Stouffer, S.A. - Intervening Opportunities: a Theory Relating Mobility and Distance. American Sociological Review, vol.5, nº 6, pp.845-867, 1940.

[69] - Stouffer, S.A. - Intervening Opportunities and Competing Migrants. Journal of Regional Science, vol. 2, nº 1, 1960.

[70] - Swarup, K., Gupta, P.K. e Mohan, M. - Operations Research. New Delhi, Sultan Chand & Sons, 1978.

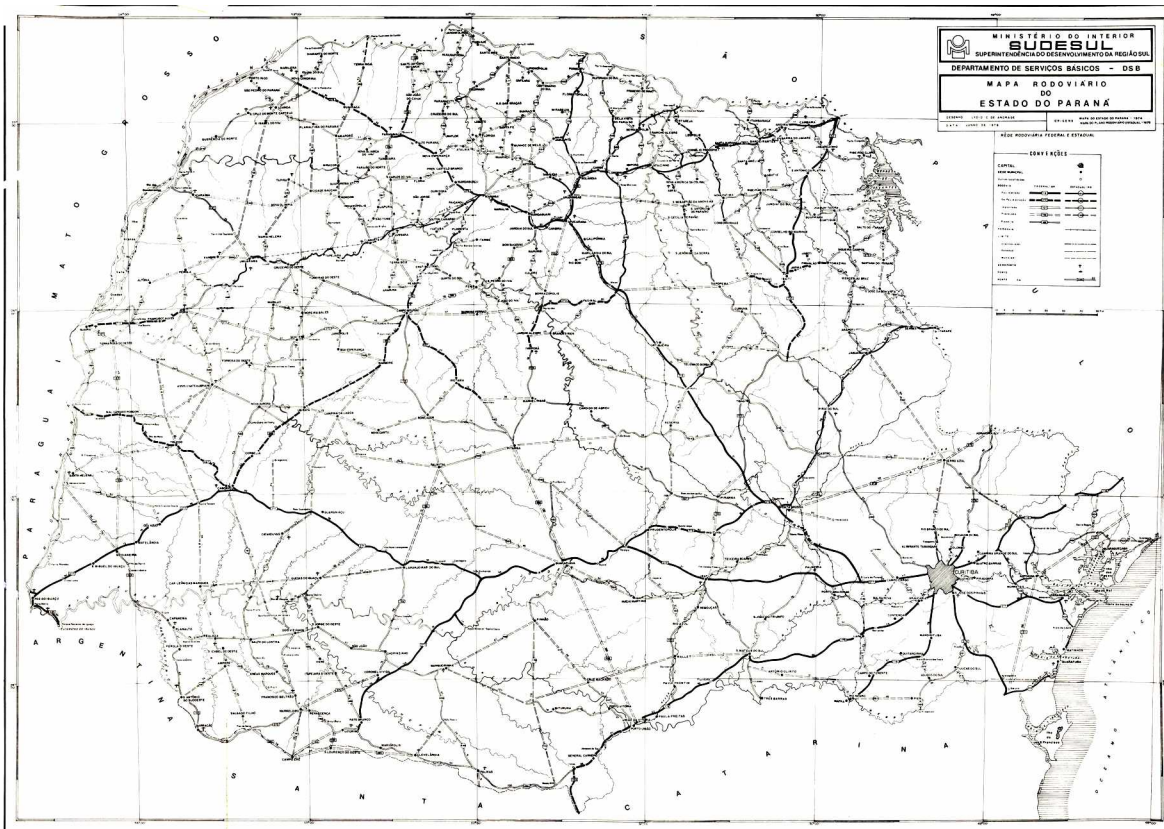
[71] - Taket, A.R. - Equity and Access: exploring the effects of hospital location on the population served - a case study in strategic planning. Journal of the Operational Research Society, vol. 40, nº 11, pp. 1001-1010, 1989.

[72] - Thomas, R. W. - An Interpretation of the Journey - to - work on Merseyside using Entropy-maximising Methods. Environment and Planning A, volume 9, pp. 817-834, 1977.

[73] - Ulysséa Neto, I. - The Development and Testing of a Non-Recursive Aggregate Passenger Travel Demand Modelling Approach. Tese de Doutorado. Universidade de Bristol. Inglaterra, 1988.

[74] - Ulysséa Neto, I. - Modelos Simplificados de Planejamento de Transportes de Passageiros: Uma necessidade de curto prazo em países em desenvolvimento. Revista da ANPET. Ano 3, nº 3, pg. 69-84, 1990.

- [75] - Ulysséa Neto, I. - Identificação e Caracterização de um Contexto de Planejamento de Transportes mais Adequado aos Países em Desenvolvimento. GEOSUL. Ano 4, n^o 7, pg. 80-91, 1989.
- [76] - Ulysséa Neto, I. - Especificação e Calibração dos Fatores de Impedância de Viagens, no Âmbito da Modelagem de Demanda Agregada de Transporte de Passageiros. IV Encontro Nacional da ANPET, Porto Alegre, 1990.
- [77] - Williams, T. - A Comparison of some Calibration Techniques for Doubly Constrained Modes with an Exponential Cost Function. Transportation Research, vol. 10, pp.91-104, 1976.
- [78] - Wills, M.J. - A Flexible Gravity - Opportunities Model for Trip Distribution. Transportation Research, vol. 20B, n^o2, pp.89-111, 1986.
- [79] - Wilson, A.G. - A Statistical Theory of Spatial Distribution Models. Transportation Research, vol. 1, pp.253-269, 1967.
- [80] - Wilson, A.G. - Entropy in Urban and Regional Modelling. London, Pion, 1970.
- [81] - Wilson, S.R. - Statistical Notes on the Evaluation of Calibrated Gravity Models. Transportation Research, vol. 10, pp.343-345, 1976.



QUADRO 1						
SISTEMA RODOVIÁRIO ESTADUAL						
RODOVIAS DIAGONAIS						
PRELIMIO	FONTES DE REFERÊNCIA	Extensão em km	SITUAÇÃO		OBS.	
			A Implantada em km	Permanente em km		
SC-301	Farmácia - Povoado do Sul BR-101 Guaruniz - Jaraguá do Sul - São Carlos - São Carlos do Sul - Povoado do Sul	145,0	-	144	30	O trecho entre o km 145 e o km 146,250
SC-302	BR-101 - Jaraguá do Sul - São Carlos do Sul - Jaraguá do Sul	210,0	40	250	8	
SC-303	BR-101 - Jaraguá do Sul - Jaraguá do Sul do Sul - Jaraguá do Sul - Jaraguá do Sul do Sul - Jaraguá do Sul	225,0	50	250	8	
TOTAL		750,0	100	642	46	

RODOVIAS DE LIGAÇÃO					
SC-401	Inclusão Imagem da Via Vermeil - Rio Verde do Sul - Rio Verde	43,0	19	24	24
SC-402	Imagem do Rio Verde	5,0	-	5	5
SC-403	Imagem do Rio Verde	3,0	-	3	3
SC-404	Imagem do Rio Verde	8,0	-	8	8
SC-405	Imagem do Rio Verde	24,0	-	24	9
SC-406	Imagem do Rio Verde	5,0	-	5	-
SC-407	Imagem do Rio Verde	145,0	-	144	-
SC-408	Imagem do Rio Verde	67,0	25	42	-
SC-409	Imagem do Rio Verde	10,0	10	-	-
SC-410	Imagem do Rio Verde	11,0	11	-	-
SC-411	Imagem do Rio Verde	75,0	-	75	-
SC-412	Imagem do Rio Verde	5,0	-	5	-
SC-413	Imagem do Rio Verde	10,0	-	10	-
SC-414	Imagem do Rio Verde	3,0	-	3	-
SC-415	Imagem do Rio Verde	8,0	-	8	-
SC-416	Imagem do Rio Verde	8,0	-	8	-
SC-417	Imagem do Rio Verde	18,0	-	18	-
SC-418	Imagem do Rio Verde	20,0	-	20	-
SC-419	Imagem do Rio Verde	8,0	-	8	-
SC-420	Imagem do Rio Verde	43,0	-	42	-
SC-421	Imagem do Rio Verde	10,0	-	10	-
SC-422	Imagem do Rio Verde	16,0	-	16	-
SC-423	Imagem do Rio Verde	21,0	-	21	-
SC-424	Imagem do Rio Verde	56,0	-	56	-

2.2.6.2 - Plano Rodoviário do Estado de Santa Catarina

O PLANO RODOVIÁRIO ESTADUAL, aprovado pelo Dec. 1.478 de 08.11.74, publicado no Diário Oficial do Estado, de 12.11.74, foi alterado, segundo as determinações constantes da Lei nº 5.817, de 10 de setembro de 1975, que aprova o PLANO NACIONAL DE VIAGEM.

Em seu art. 1º, a Lei, além de estabelecer os sistemas de rodovias:

I - Sistema Rodoviário Federal, compreendendo as rodovias estaduais e as rodovias federais;

II - Sistema Rodoviário Estadual, compreendendo as rodovias estaduais e as rodovias federais;

III - Sistema Rodoviário Municipal, compreendendo as rodovias municipais e as rodovias federais;

IV - Sistema Rodoviário Paroquial, compreendendo as rodovias paroquiais e as rodovias federais;

V - Sistema Rodoviário Rural, compreendendo as rodovias rurais e as rodovias federais;

VI - Sistema Rodoviário Urbano, compreendendo as rodovias urbanas e as rodovias federais;

Além disso, a Lei estabelece as seguintes regras:

a) As rodovias estaduais serão indicadas por um número de 3 dígitos, indicará as rodovias:

301 a 399 - rodovias

401 a 499 - rodovias

501 a 599 - rodovias

601 a 699 - rodovias

701 a 799 - rodovias

801 a 899 - rodovias

901 a 999 - rodovias

No Quadro 1 a seguir, estão relacionadas as rodovias integrantes do Plano Estadual, com as respectivas descrições.